

Determinación de los periodos de retorno utilizando el ajuste de distribución de probabilidad para la estación meteorológica de La Playa Norte de Santander

Determination of return periods using probability distribution fitting for the La Playa Norte de Santander weather station

Álvarez Bayona, María Angélica; MacGregor Torrado, Agustín Armando

María Angélica Álvarez Bayona

maalvarezb@ufpso.edu.co

Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña,
Colombia

Agustín Armando MacGregor Torrado

aamacgregort@ufpso.edu.co

Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña,
Colombia

Revista Ingenio

Universidad Francisco de Paula Santander, Colombia

ISSN: 2011-642X

ISSN-e: 2389-864X

Periodicidad: Anual

vol. 20, núm. 1, 2023

revistaingenio@ufpso.edu.co

Recepción: 07 Julio 2022

Aprobación: 16 Diciembre 2022

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/journal/814/8144147012/>

DOI: <https://doi.org/10.22463/2011642X.3710>

Universidad Francisco de Paula Santander seccional Ocaña



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.

Resumen: La estimación de los periodos de retorno se desarrolla para duraciones máximas de precipitación de 1 día, 2 días y picos continuos sucesivamente mayores, hasta tamaños de duración de 1 año. Son indispensables para determinar las máximas profundidades de precipitación anual de acuerdo con el mejor ajuste de las distribuciones probabilísticas, son de gran utilidad para el desarrollo de los diferentes estudios hidrológicos que requieren una región. La presente investigación tiene como propósito determinar los periodos de retorno de la precipitación máxima anual en un periodo de 24 horas, de la estación meteorológica La Playa en Norte de Santander, para lo cual se realizó el análisis de frecuencia mediante la prueba de bondad y ajuste, Chi cuadrado, teniendo como hipótesis nula una distribución normal, la cual fue aceptada. Posteriormente, se analizó mediante el software Minitab el tipo de distribución que tenían los datos estableciendo que la normal, lognormal, Weibull, logística, Gamma y el valor extremo por máximos se ajustan a ellos.

Palabras clave: Precipitación, periodo de retorno, distribución, análisis de frecuencia.

Abstract: The estimation of return periods is developed for maximum rainfall durations of 1 day, 2 days and successively larger continuous peaks, up to 1 year duration sizes. They are indispensable to determine the maximum annual precipitation depths according to the best adjustment of the probabilistic distributions and are very useful for the development of the different hydrological studies required by a region. The purpose of this research is to determine the return periods of the maximum annual precipitation in a 24-hour period, of the La Playa meteorological station in Norte de Santander, for which the frequency analysis was carried out by means of the goodness-of-fit test, Chi-square, having as null hypothesis a normal distribution, which was accepted. Subsequently, the Minitab software was used to analyze the type of distribution of the data, establishing that the normal, lognormal, Weibull, logistic, Gamma and extreme value by maximums fit them.

Keywords: Precipitation, return period, distribution, frequency analysis.

1. INTRODUCCIÓN

La lluvia hace parte del ciclo hidrológico y se considera como la principal fuente de agua para la tierra. Su estudio en una región es de vital importancia, pues si esta es demasiado alta en comparación con la tasa de infiltración del suelo, provoca una mayor cantidad de escorrentía, lo que resulta en deslizamientos de tierra, inundaciones y desastres por escombros [1], sumado a esto, se deben tener en cuenta los efectos causados por el calentamiento global, la contaminación ambiental y las fallas geológicas que se pueden generar [2].

Es necesario conocer la distribución máxima de precipitación que se genera en una cuenca hidrográfica, ya que se requiere para el diseño, control y gestión de estructuras hidráulicas tales como: aliviaderos, lagunas de retención, presas, entre otras. Siendo así que, la estimación de precipitaciones para diferentes periodos de retorno es muy importante en el diseño de estas [3].

De acuerdo con lo anterior, la precipitación esperada en diferentes periodos de retorno se determina a través del análisis de probabilidad y frecuencia de datos de lluvia [4], es de resaltar que el uso de parámetros estadísticos es indispensable en este tipo de proyectos [5].

Los pluviómetros proporcionan los registros de precipitación de una región, y con estos datos se puede realizar el análisis de frecuencia, aunque es necesario probar una serie de modelos, como normal, log-normal de dos parámetros, log-normal de tres parámetros, Person III, Gumbel, log Gumbel, etc; para llegar al modelo adecuado en la estimación de la cantidad de lluvia en diferentes períodos de retorno en cualquier estación [3].

La elección de un modelo de distribución apropiado es uno de los principales problemas en la práctica de la ingeniería. Esta selección depende principalmente de los datos de lluvia disponibles en un sitio en particular. Es por ello, que para encontrar un modelo de distribución adecuado que proporcione estimaciones precisas de precipitaciones extremas, es necesario evaluar los modelos de distribución disponibles [6].

La presente investigación realizó un análisis de frecuencia de los datos de precipitación de la estación pluviométrica del Municipio de La Playa en Norte de Santander, donde se evaluó la probabilidad de la precipitación máxima anual basada en una muestra de veinticuatro horas, usando diferentes modelos de distribución con base en los puntajes de las pruebas de bondad de ajuste, que se pueden utilizar para investigaciones futuras.

2. EXPLICACIONES ARGUMENTADAS

Muchos de los trabajos que se han reportado a nivel mundial indican que es necesario realizar un análisis de frecuencia y una correcta elección de la distribución que mejor se ajuste a los datos ya que esto permite obtener resultados confiables. En la Tabla 1 se pueden observar algunas de las investigaciones que se han realizado.

TABLA 1.
Investigaciones realizadas mediante análisis estadísticos

Estudio	Localización	Análisis estadísticos	Principales hallazgos	Fuente
1	India	Análisis de frecuencia de seis de seis estaciones meteorológicas	Los resultados demostraron que este proceso es una de las herramientas más importantes para estimar el diseño lluvia, ya que se considera como un insumo para predecir la inundación de diseño y se puede utilizar para la planificación y gestión de estructuras civiles e hidráulicas	[7]
2	Arabia Saudita	Análisis de frecuencia de cuatro estaciones meteorológicas	Permitió determinar que la distribución normal se ajustaba a los datos de la precipitación máxima diaria anual	[8]
3	Brasil	Análisis de frecuencia de tres estaciones meteorológicas	Se determinó que la distribución normal, logística, Cauchy y Weibull mostraron el mejor ajuste para los datos de lluvia	[9]
4	Corea del Sur	Comparación de cuatro distribuciones diferentes	Se demostró que la distribución log normal de dos parámetros es la que mejor representa el comportamiento de las precipitaciones	[10]
5	Irán	Análisis de frecuencia de catorce estaciones meteorológicas	Se determinó que la prueba de bondad y ajuste realizada con la serie de Fourier se puede utilizar como un enfoque alternativo para el análisis de frecuencia de eventos diarios extremos.	[11]
6	Malasia	Análisis de frecuencia de diez estaciones meteorológicas	Se determinó que la distribución normal se ajusta con el máximo diario anual de las estaciones hidrológicas.	[12]

En la India se estudió el análisis de frecuencia de lluvia utilizando seis distribuciones diferentes con el propósito de evaluar la idoneidad de estas y el mejor ajuste, los resultados demostraron que este proceso es una de las herramientas más importantes para estimar el diseño lluvia, ya que se considera como un insumo para predecir la inundación de diseño y se puede utilizar para la planificación y gestión de estructuras civiles e hidráulicas [7].

El análisis de frecuencia de cuatro estaciones meteorológicas en Madinah, una región urbana de Arabia Saudita que ha sido golpeada por grandes inundaciones permitió determinar que la distribución normal se ajustaba a los datos de la precipitación máxima diaria anual [8].

En Brasil se analizó la distribución de datos de precipitación en tres estaciones meteorológicas de la cuenca alta del río Juruá, en un periodo de 27 años observando que la distribución normal, logística, Cauchy y Weibull mostraron el mejor ajuste para los datos de lluvia [9].

En Corea del Sur se demostró que una distribución log normal de dos parámetros es la que mejor representa el comportamiento de las precipitaciones al ser comparando cuatro distribuciones diferentes [10].

En Irán se realizó un análisis de frecuencia de la máxima precipitación diaria anual de 14 estaciones pluviométricas utilizando enfoques paramétricos y no paramétricos, donde los resultados determinaron que la prueba de bondad y ajuste realizados con la serie de Fourier se puede utilizar como un enfoque alternativo para el análisis de frecuencia de eventos diarios extremos [11].

En la cuenca del río Kuantan se estudió la probabilidad de ajustar los datos máximos mensuales de lluvia de diez estaciones meteorológicas con la distribución normal, determinando que esta encaja bien con el máximo diario anual de las estaciones hidrológicas [12].

3. METODOLOGÍA

3.1 Sitio de estudio

Los datos de precipitación máxima anual en un día fueron tomados de la estación LA PLAYA ($8^{\circ}16'20.3''\text{N}$ $73^{\circ}12'05.3''\text{W}$), ubicada a 27 kilómetros del casco urbano de la ciudad de Ocaña, desde el año 1985 hasta 2019 (ver Figura 1). En la Tabla 2, se pueden observar los datos obtenidos del portal: Consulta y Descarga de Datos Hidrometeorológicos del Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM).

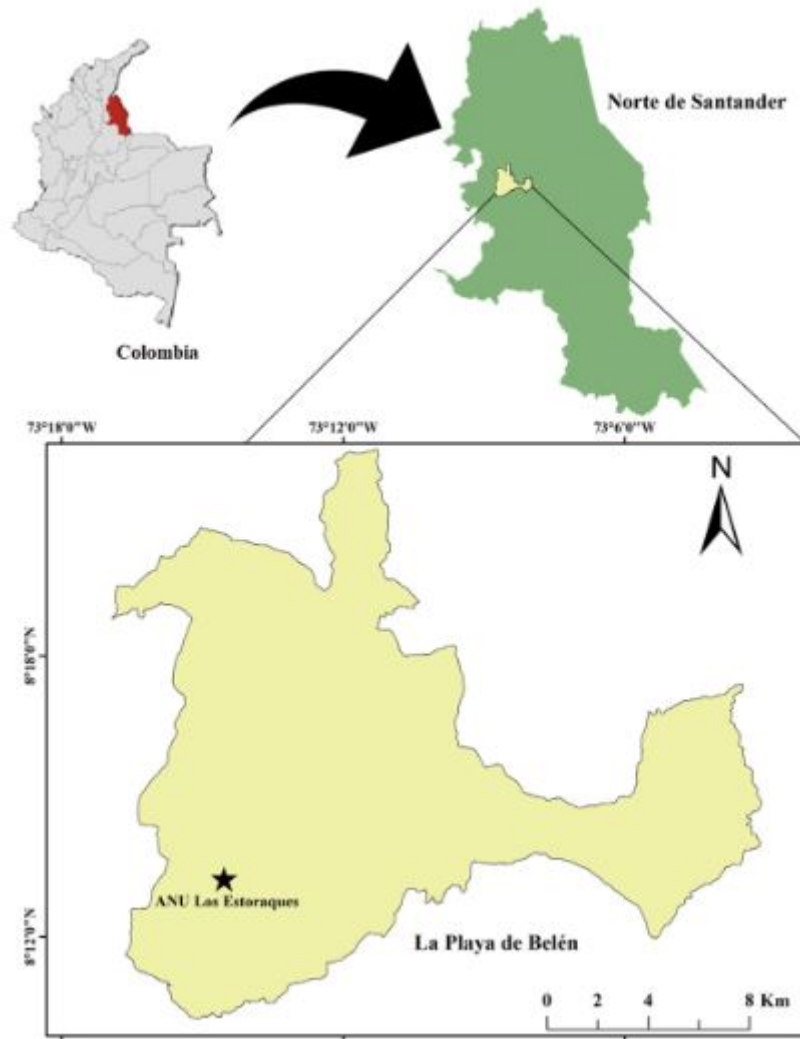


FIGURA 1.
Sitio de estudio
[13]

TABLA 2.
Datos de Precipitación Anual Máxima

Año	Precipitación (mm)	Año	Precipitación (mm)
1985	30	2003	46
1986	46	2004	55.7
1987	86.2	2005	31
1988	56	2006	35
1989	77	2007	62.6
1990	47.8	2008	27.5
1991	87.5	2009	64.5
1992	70	2010	49.7
1993	35.6	2011	56.4
1994	30.7	2012	70.1
1995	42.1	2013	60.7
1996	64.4	2014	37.5
1997	14.4	2015	93.7
1998	46.5	2016	39.3
1999	49	2017	90.3
2000	41.7	2018	58.7
2001	52.3	2019	54.6
2002	37.6		

[14]

En la Figura 2 se puede observar la variación de la precipitación anual máxima de la estación a través del tiempo

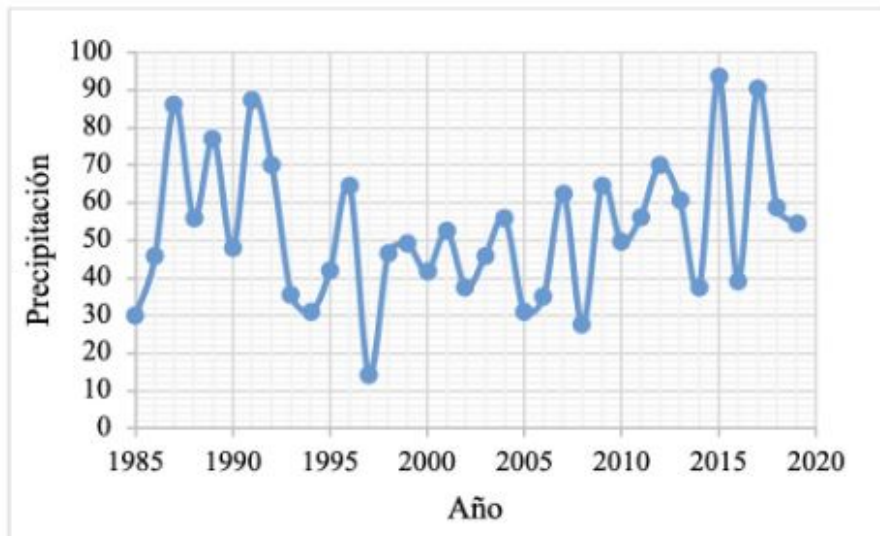


FIGURA 2.
Precipitación anual máxima.

3.2 Prueba de datos dudosos

Antes de realizar el análisis de frecuencias, se debe hacer una prueba de Outliers o Datos Dudosos para determinar si existen datos que se alejen de la tendencia de la información y que afecten los parámetros estadísticos, los cuales pueden deberse a errores en la toma del registro o aquellos que causan dificultad en las distribuciones. La Ecuación 1 y 2 permiten determinar el umbral alto y bajo de los datos de precipitación.

$$yH = \bar{y} + k_n * s_y \quad (1)$$

$$yL = \bar{y} - k_n * s_y \quad (2)$$

Donde yH es el umbral de datos dudosos alto, yL es el umbral de datos dudosos bajo y k_n depende del tamaño de la muestra, tal y como se indica en la Tabla 3.

TABLA 3.
Valores de K_n para la prueba de datos dudosos

Tamaño de la muestra	K_n	Tamaño de la muestra n	K_n
10	2.034	24	2.467
11	2.088	25	2.487
12	2.134	26	2.502
13	2.175	27	2.519
14	2.213	28	2.534
15	2.247	29	2.549
16	2.279	30	2.563
17	2.309	31	2.577
18	2.335	32	2.591
19	2.361	33	2.604
20	2.385	34	2.616
21	2.408	35	2.628
22	2.429	36	2.639
23	2.448	37	2.650

[15]

3.3 Análisis de frecuencia

3.3.1 *Número de intervalos de clase.* El Número de intervalos de clase de una serie de datos menor a 200 se puede establecer mediante la Ecuación 3.

$$\text{Número de Intervalos} = \sqrt{n} \quad (3)$$

3.3.2 *Amplitud de los intervalos de clase.* La amplitud o longitud de los intervalos de clase de los datos se obtiene mediante la Ecuación 4.

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n - 1} \quad (4)$$

3.3.3 *Media.* La media o promedio de los datos se puede calcular mediante la Ecuación 5.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{N} \quad (5)$$

3.3.5 *Prueba de bondad y ajuste (Chi Cuadrado).* Se basa en el cálculo de frecuencias tanto de valores observados, como esperados. El objetivo es determinar si los datos proceden de una distribución normal para un nivel de confianza del 95%, para ello se plantea la hipótesis nula y alternativa de la siguiente manera:

H_0 = Los datos se ajustan a una distribución normal

H_i = Los datos no se ajustan a una distribución normal

Para realizar la prueba de bondad y ajuste con este método, la expresión está dada por la Ecuación 7:

$$x_c^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\theta_i - e_i)^2}{e_i} \Rightarrow \sum_{i=1}^k \theta_i = \sum_{i=1}^k e_i = N \quad (7)$$

x_c^2 : Valor calculado de Chi-Cuadrado a partir de los datos

θ_i : Número de valores observados en el intervalo de clase i

e_i : Número de valores esperados en el intervalo de clase i

k : Número de intervalos de clase

El valor de x_c^2 se compara con x_T^2 cuyo valor se determina con el nivel de significancia y los grados de libertad.

Para el caso de la precipitación como el nivel de confianza es del 95%, el nivel de significancia es $\alpha=0.05$

Los grados de libertad $= v = k-1-h$, donde $h = 1$ para una distribución normal.

Dado que la media y la desviación estándar pueden tomar valores infinitos, se hace impracticable tabular las probabilidades para todas las distribuciones normales, por lo tanto, se utiliza la distribución normal reducida (Ecuación 8).

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (8)$$

4. RESULTADOS

4.1 Análisis de datos dudosos

De acuerdo con la Ecuación 1 el umbral alto para los datos es:

$$yH=2.140581841$$

$$NH=10^{yH}=138.2234$$

Para el caso del umbral bajo se tiene en cuenta la Ecuación 2:

$$yL=1.244899654$$

$$NH=10^{yH}=17.5751\text{mm}$$

Con base en lo anterior, los datos de precipitación deben encontrarse entre 17.5751 mm y 138.2234 mm. En la Figura 3, se puede observar que todos los datos de la serie se encuentran dentro de dicho rango a excepción del año 1997 que presenta una precipitación de 14.4 mm.

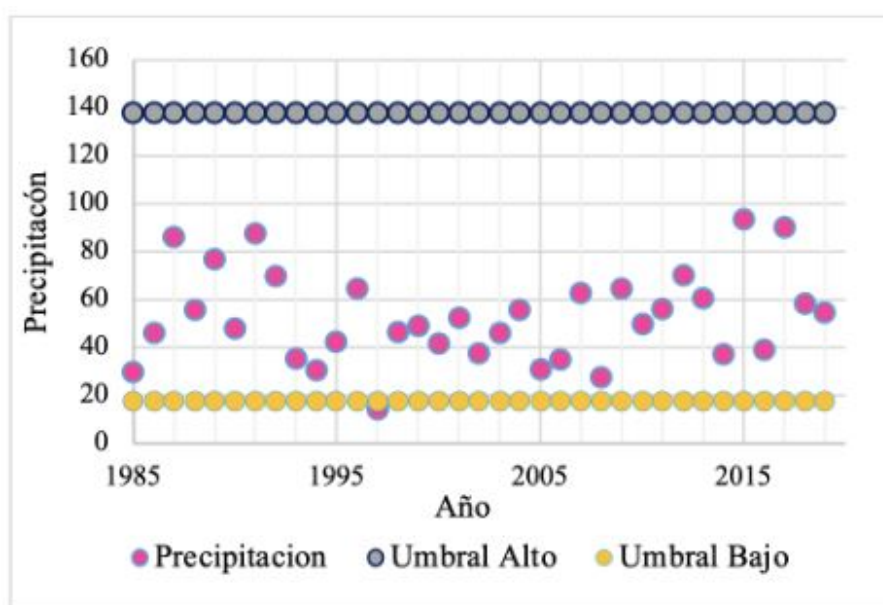


FIGURA 3.
Gráfico de Prueba de datos dudosos.

Para determinar si el dato de 14.4 mm presentaba errores de acuerdo con el cálculo anterior que demostró que era dudoso, se realizó una investigación, la cual consistió en determinar que fenómeno hidrológico sucedió durante ese año y las precipitaciones en las estaciones cercanas tal y como se puede observar en la Tabla 4.

TABLA 4.
Precipitación en estaciones cercanas

Estación (Año 1997 – Fenómeno del Niño)			
Aeropuerto	Brotare	UFPSO	Montecitos
41.6 mm	57.0 mm	75 mm	45 mm
Ocaña	Ocaña	Ocaña	Ocaña -Rural

[16]

Se evidencia de esta manera de que a pesar de que durante el año 1997 Colombia atravesó una sequía debido al fenómeno del niño, las estaciones cercanas no registraron un dato tan bajo y por tal motivo se considera dudoso y se elimina de la estación.

4.2 Análisis de frecuencia

Luego de realizarse el análisis de la información y su ajuste de acuerdo con los datos dudosos que presentaba la estación, se procede a realizar el análisis de frecuencia.

4.2.1 Cálculo del número de intervalos de clase. Se procede a calcular el número de intervalos de clase que presentan los datos de la estación ajustada, mediante la Ecuación (3), la cual arroja un valor de seis (6).

4.2.2 Cálculo de la amplitud de cada intervalo. Una vez calculado el número de intervalos de clase, se determina la amplitud que existe entre estos, mediante la Ecuación (4), arrojando un resultado de 13.24.

4.2.3 *Cálculo de la frecuencia acumulada.* En la Tabla 5, se puede observar el cálculo realizado para determinar la frecuencia acumulada de los datos de la estación ajustada.

TABLA 5.
Frecuencia Acumulada

Intervalos de Clase		xi	FAB	FR	FAC
Desde	Hasta				
20.9	34.1	27.5	4	0.1176	0.1176
34.1	47.4	40.7	10	0.2941	0.4118
47.4	60.6	54.0	9	0.2647	0.6765
60.6	73.8	67.2	6	0.1765	0.8529
73.8	87.1	80.5	2	0.0588	0.9118
87.1	100.3	93.7	3	0.0882	1.0000

xi: marca de clase, FAB: frecuencia absoluta, FR: frecuencia relativa, FAC: frecuencia acumulada.

Con base en la tabla anterior se calcula la media de los datos agrupados arrojando un valor de 54.369 y una desviación estándar de 18.861.

Luego se calcula la frecuencia esperada, utilizando la distribución teórica normal, tal y como se puede observar en la Tabla 6.

TABLA 6.
Cálculo de Frecuencia Absoluta

Intervalo de clase		LC	Z	Tabla	FR	ei	Oi
Desde	Hasta						
		20.88	-1.78	0.96			
20.88	34.12	34.12	-1.07	0.86	0.11	4	4
34.12	47.36	47.36	-0.37	0.64	0.21	7	10
47.36	60.6	60.6	0.33	0.37	0.27	10	9
60.6	73.84	73.84	1.03	0.15	0.22	8	6
73.84	87.08	87.08	1.73	0.04	0.11	4	2
87.08	100.32	100.32	2.44	0.01	0.04	1	3

LC: Límite de clase, Z: distribución normal reducida, Tabla: área bajo la curva normal de 0 a Z, FR: frecuencia relativa, ei: frecuencia absoluta redondeada, Oi: frecuencia Observada

El estadístico observado de los datos se calcula mediante la Ecuación (5), arrojando un valor $\chi_c^2=6.89$. Luego el estadístico teórico se obtiene mediante el uso de la tabla distribución Chi cuadrado para tres grados de libertad y una probabilidad de 0.05, obteniendo un $\chi_{0.05;3}^2=7.81$.

La hipótesis nula H_0 plantea que los datos se ajustan a una distribución normal y puesto que $\chi^2_c < \chi^2_T$ se acepta dicha hipótesis.

4.3 Determinación del tipo de distribución empleando Minitab

Empleando el programa Minitab se realiza una prueba de normalidad para determinar si los datos siguen una distribución normal, con las siguientes hipótesis:

H_0 = Los datos se ajustan a una distribución normal con una $\mu=53.93$ y $\sigma=18.12$

H_i = Los datos no se ajustan a una distribución normal con una $\mu=53.93$ y $\sigma=18.12$

Con un nivel de significancia de $\alpha=0.05$, el programa arroja un p-value de 0.171 (Ver Figura 4), por lo tanto, se acepta la hipótesis nula de que la distribución es normal.

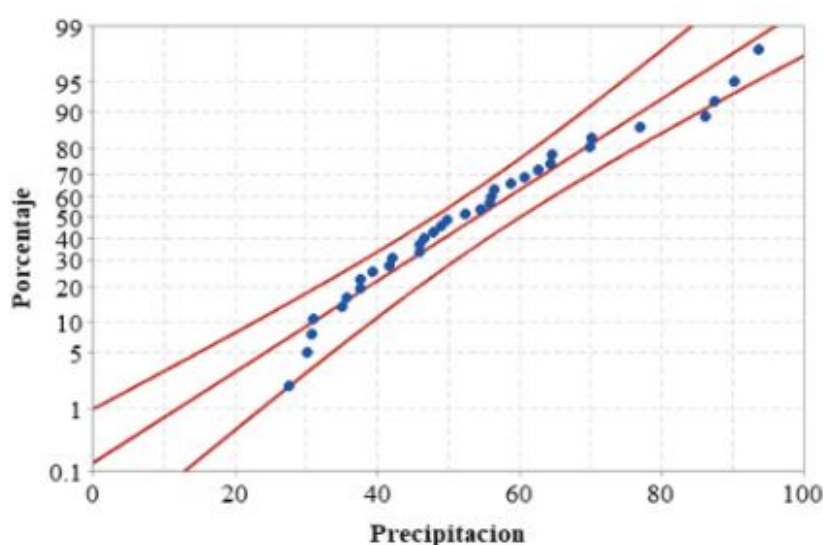


FIGURA 4.

Grafica de Probabilidad para una distribución normal con un nivel de confianza del 95%

Por su parte, también se realiza la identificación de la distribución para diferentes tipos, tales como: normal, lognormal de 3 parámetros, exponencial, exponencial de 3 parámetros, Weibull, Weibull de 3 parámetros, valor extremo más pequeño, valor extremo por máximos, Gamma, Gamma de 3 parámetros, logística y logística de 3 parámetros. Así como la representación gráfica de la transformación de Box-Cox con $\lambda=0.5$.

A continuación, en la Tabla 7 se presenta un resumen de todas las distribuciones y con su p-value correspondiente, el estadístico de bondad de ajuste de Anderson-Darling (AD) y un valor p para la prueba de relación de verosimilitud (LRT P).

TABLA 7.
Prueba de Bondad y Ajuste

Distribución	AD	P	LRT P
Normal	0.522	0.171	
Transformación Box-Cox	0.171	0.924	
Lognormal	0.171	0.924	
Lognormal de 3 parámetros	0.193	*	0.695
Exponencial	7.183	<0.003	
Exponencial de 2 parámetros	1.378	0.026	0.000
Weibull	0.487	0.223	
Weibull de 3 parámetros	0.184	>0.500	0.014
Valor extremo más pequeño	1.344	<0.010	
Valor extremo por máximos	0.198	>0.250	
Gamma	0.231	>0.250	
Gamma de 3 parámetros	0.178	*	0.317
Logística	0.423	0.250	
Loglogística	0.208	>0.250	
Loglogística de 3 parámetros	0.223	*	0.611

[17]

Se puede observar que aquellos valores P (p-value) inferiores a un valor de significancia (α) de 0.05, indican un riesgo del 5% indicando que los datos no siguen la distribución, por lo tanto, se puede afirmar que cuando el p-value es mayor 0.05 hay evidencia que los datos siguen la distribución. De acuerdo con esto, son varias las distribuciones que se pueden utilizar para el ajuste de los datos.

4.4 Determinación del periodo de retorno

Una vez aceptada la hipótesis de que los datos de precipitación corresponden a una distribución normal tanto por el método de Chi cuadrado y el software Minitab, se realiza el ajuste de los límites superior e inferior y se procede a calcular el periodo de retorno para una precipitación máxima anual en un periodo de 24 horas, como se puede observar en la Tabla 8.

TABLA 8.
Periodos de Retorno

Periodo de Retorno (TR)	Precipitación (mm)
2	22.3399
5	42.8234
10	60.1731
20	79.6879
25	86.4826
50	109.318
100	134.966

Con base en la distribución elegida se realiza el ajuste de los datos y se obtienen los periodos de retorno, con el fin de precedir o pronosticar la probabilidad de ocurrencia de un evento.

5. CONCLUSIONES

Siempre que se tengan datos de estaciones hidrológicas se debe analizar la información ya que se pueden presentar registros dudosos que distorsionen la distribución y para ello es recomendable realizar la prueba Outliers y compararlo con los eventos y fenómenos hidrológicos que sucedieron durante ese año, y de esta manera tomar de decisión de continuar o descartar el dato.

Así mismo, es fundamental saber identificar el tipo de distribución que mejor se ajuste a los datos con respecto al p-value y el nivel de significancia a estudiar, no solo analíticamente sino también con el empleo de herramientas computacionales como Minitab que presenta las distribuciones tanto grafica como estadísticamente.

Los datos presentados en el informe se ajustan a varias distribuciones con un p-value mayor al nivel de significancia de 0.05, de modo que son admisibles como distribuciones generadoras de los datos; entre las que se encuentran la normal, lognormal, Weibull, logística, Gamma, valor extremo por máximos; siendo estas dos últimas las que tienen un valor superior de p-value.

Es importante resaltar que antes de que se utilicen los datos de una de precipitación de una estación, es fundamental determinar la probabilidad del mejor ajuste de distribución de los datos, ya que solo después de haber hecho esto, es posible obtener resultados confiables.

6. REFERENCIAS

- [1] R. Kumar and A. Bhardwaj, "Probability analysis of return period of daily maximum rainfall in annual data set of Ludhiana, Punjab," *Indian J Agric Res*, vol. 49, no. 2, pp. 160–164, 2015. Doi: <https://doi.org/10.5958/0976-058X.2015.00023.2>
- [2] D. M. Criado-Rodríguez, W. A. Pacheco-Vergel, and N. Afanador-García, "Vulnerabilidad sísmica de centros poblados: estudio de caso," *Rev. Ingenio*, vol. 17, no. 1, pp. 43–48, 2020. Doi: <https://doi.org/10.22463/2011642X.2441>
- [3] N. M. Noh et al., "a Simple Approach To Estimate Rainfall At Different," no. September, pp. 73–80, 2021.
- [4] S. Bhakar, M. Iqbal, M. Devanda, N. Chhajed, and A. Bansal, "Probablity analysis of rainfall at Kota," *Indian J Agric Res*, vol. 42, no. 3, pp. 201–206, 2008.

- [5] J. A. Vallejo-Borda, "Comparación de procesos de evacuación en edificaciones residenciales multifamiliares," *Rev. Ingenio*, vol. 17, no. 1, pp. 49–55, 2020. Doi: <https://doi.org/10.22463/2011642x.2379>
- [6] M. T. Amin, M. Izwan, and A. A. Alazba, "A best-fit probability distribution for the estimation of rainfall in northern regions of Pakistan," *Open Life Sci*, vol. 11, no. 1, pp. 432–440, 2016. Doi: <https://doi.org/10.1515/biol-2016-0057>
- [7] N. Vivekanandan, "Effect of data length on estimation of rainfall using six probability distributions," *Water and Energy International*, vol. 64r (11), no. 09744207, pp. 13–19, 2022
- [8] A. Aldrees, "Using peak discharge estimation methods in urban flood modeling for WADI AL-AQIQ," *Environ Dev Sustain*, vol. 24, no. 3, pp. 3461–3484, 2022, doi: <https://doi.org/10.1007/s10668-021-01574-y>
- [9] J. V. José, M. D. Souza, L. B. Pereira, T. H. Barros Da Silva, H. Leite Motta Ferreira, And L. Da Costa Santos, "Probabilidade De Ocorrência Da Precipitação Pluvial Em Três Cidades Da Bacia Hidrográfica Do Alto Juruá" *Irriga*, vol. 27, no. 3, pp. 124–140, 2022. Doi: <https://doi.org/10.15809/irriga.2022v27n1p124-140>
- [10] M. Lee, H. An, S. Jeon, S. Kim, K. Jung, and D. Park, "Development of an analytical probabilistic model to estimate runoff event volumes in South Korea," *J Hydrol (Amst)*, vol. 612, p. 128129, 2022. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.128129>
- [11] P. H. Jou and S. H. Mirhashemi, "Frequency analysis of extreme daily rainfall over an arid zone of Iran using Fourier series method," *Appl Water Sci*, vol. 13, no. 1, 2023. Doi: <https://doi.org/10.1007/s13201-022-01823-z>
- [12] N. A. A. Ghani, A. Senawi, and R. Subramaniam, "A Feasibility Study of Fitting the Normal Distribution and Gamma Distribution to Rainfall Data at Kuantan River Basin," pp. 27–35, 2023.
- [13] Y. M. Carpio-Díaz, C. M. López-Orozco, R. Borja-Arrieta, and I. S. Campos-Filho, "A new species and first record of Trichorhina Budde-Lund, 1908 (Isopoda, Oniscidea, Platyarthridae) from the Department of Norte de Santander, Colombia," *Nauplius*, vol. 29, no. June, 2021. Doi: <https://doi.org/10.1590/2358-2936e2021028>
- [14] Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, "Consulta y Descarga de Datos Hidrometeorológicos". [Online]. Available: <http://dhime.ideam.gov.co/atencionciudadano/>
- [15] V. T. Chow, D. R. Maiment y L.W. Mays, "Hidrología aplicada", p. 415, McGraw-Hill, 1994
- [16] IDEAM (s.f.), "Precipitaciones", [Online]. Available: <http://www.ideam.gov.co/> (Accedido: oct-2022)
- [17] Minitab Statistical Software (2022), Hoja de cálculo – Software estadístico, (Minitab), [Online]. Available: <https://www.minitab.com>