

El Método Singapur: reflexión sobre el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas

The Singapore Method: a reflection on the teaching-learning process of mathematics

O método Singapura: reflexão sobre o processo de ensino – aprendizagem das matemáticas

Turizo Martínez, Luis Gabriel; Carreño Colina, Carlos Alejandro; Crissien Borrero, Tito José

Luis Gabriel Turizo Martínez

luisgabrielturizo@gmail.com

Universidad de la Costa CUC, Colombia

Carlos Alejandro Carreño Colina

ccarreno4@cuc.edu.co

Universidad de la Costa – CUC, Colombia

Tito José Crissien Borrero rectoria@cuc.edu.co

Corporación Universitaria de la Costa CUC,

Colombia

Pensamiento Americano

Corporación Universitaria Americana, Colombia

ISSN: 2027-2448

ISSN-e: 2745-1402

Periodicidad: Frecuencia continua

vol. 12, núm. 23, 2019

pensamientoamericano@coruniamericana.edu.co

Recepción: 03 Octubre 2018

Aprobación: 30 Diciembre 2018

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/journal/761/7613786013/>

Resumen: En el presente artículo de revisión bibliográfica se destacan los conceptos de aprendizaje, competencias y didáctica de las matemáticas bajo el enfoque del Método Singapur para la enseñanza de esta área. Posteriormente se orienta la revisión bajo las directrices establecidas por el Ministerio de Educación de Singapur para la enseñanza de las matemáticas, haciendo referencia a tres de las cinco aristas propuestas en el pentágono de Singapur, las cuales son: la metacognición, habilidades matemáticas y la motivación al estudiante, como conceptos destacados en comparación a lo propuesto por el sistema educativo colombiano para la enseñanza de las matemáticas desde los lineamientos curriculares.

Palabras clave: enseñanza-aprendizaje, competencias matemáticas y didáctica de las matemáticas, Método Singapur.

Abstract: This article of literatura review highlights the learning concepts, the skills and the teaching of mathematics under the focus of the Singapore's teaching method in this área. Subsequently a review is oriented under the guidelines established by the Ministry of Education of Singapore for teaching mathematics making references to three of the five proposals in the pentagon edges of Singapore wich are: The Metacognition, Math Skills and student's motivation as highlighted ítems, compared to what was proposed by the Colombian Educational System for teaching mathematics from the curriculum guidelines. Similarly this review is complemented by many references that help to make a few comments to facilitate better understanding of didactic strategy in teaching mathematics.

Keywords: Learning, teaching math, math skills, Singapore Method.

Resumo: Este artigo de revisão bibliográfica destaca os conceitos de aprendizagem, habilidades e didática da matemática sob a abordagem do método de Singapura para o ensino desta área. Posteriormente, a revisão é guiada sob as diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Educação de Cingapura para o ensino da matemática, referindo-se a três dos cinco pilares propostos no

Pentágono de Singapura, que são: metacognição, habilidades matemáticas e motivação para o aluno, como conceitos marcantes em comparação ao que é proposto pelo sistema educacional colombiano para o ensino de matemática a partir das diretrizes curriculares. Da mesma forma, esta revisão é complementada com muitas referências que ajudam a realizar algumas observações que facilitam a compreensão da estratégia didática no ensino de matemática

Introducción

Las exigencias educativas que demanda hoy en día el acto educativo de enseñar, requieren un mayor conocimiento y creatividad en los procesos de enseñanza – aprendizaje, partiendo desde la actualización de los modelos curriculares hasta las estrategias pedagógicas empleadas por los docentes.

Las propuestas didácticas en la enseñanza sugieren alternativas de distinta naturaleza para la gestión de los docentes en el aula, con el objetivo de "establecer conexión entre la matemática que se enseña en las instituciones educativas, y la vida de los estudiantes, lo cual es una demanda de la sociedad, tanto desde el mundo académico como desde el mundo del trabajo" (Parra, 2013, p.75).

Una de las conclusiones de este tipo de cambios que experimenta la enseñanza de las matemáticas se desprende de los resultados de las pruebas nacionales Saber 11° aplicadas por el ICFES (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación) y las Internacionales PISA (por sus siglas en inglés Programme for International Student Assessment) en donde se desnudan los bajos resultados de los estudiantes colombianos y emerge la necesidad de buscar alternativas para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya que hasta el momento, estos no han sido los mejores; por ejemplo, de acuerdo a un informe de la Organización de Cooperación para el desarrollo Económico (OCDE, 2016) luego de la aplicación de las pruebas PISA 2006, 2009, 2012 y 2015 los resultados promedios de los estudiantes Colombianos en el área de matemáticas fueron de 370, 381, 376 y 390 respectivamente, los cuales han estado en dichas aplicaciones por debajo de la media y en los últimos lugares de cada año evaluado.

De acuerdo a los resultados anteriores se genera una inquietud ya que estas "pruebas son diseñadas para evaluar en qué medida los estudiantes están capacitados para aplicar sus conocimientos a situaciones reales y prepararlos para participar plenamente en la sociedad a la cual pertenecen" (Caraballo, Rico & Lupiáñez, 2013, p. 226). Entonces, ¿se están preparando a los estudiantes colombianos para las distintas exigencias que se presentan en la actualidad? Al parecer y según estos resultados se podría pensar que no; por lo cual se debe hacer diferencia para mejorar esta situación, basándose en una formación matemática para solucionar situaciones cotidianas, del contexto del estudiante, fundamentándose en que la solución de problemas matemáticos ha manifestado bajo la perspectiva de que los estudiantes sean buenos pensadores y resolutores de problemas matemáticos. (Rodríguez, 2008).

Por esto, el objetivo del presente artículo busca compartir la conceptualización, bajo la óptica del Modelo de Singapur para la enseñanza de las Matemáticas, de tres elementos medulares, como lo son: la enseñanza - aprendizaje, competencias

y didáctica de las matemáticas, de manera que los docentes tengan una referencia teórica alrededor de estos conceptos y los aportes relevantes que tiene la propuesta del Ministerio de Educación de Singapur, tal que se pueda establecer una reflexión sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas en Colombia, identificando las características que han llevado al “pequeño - gigante Asiático” a los primeros puestos de las pruebas internacionales antes mencionadas. Luego entonces ¿Es realmente buena la gestión de aula que se realiza con los niños y niñas? ¿Es suficiente la manera cómo se preparan las clases en relación con lo que realmente necesitan los niños y niñas para ser competentes en matemáticas? Un buen punto de reflexión a partir de la realidad de los resultados que se han obtenido.

El aprendizaje significativo a partir de una enseñanza basada en solución de problemas

El objetivo primario del proceso de aprendizaje es que este tenga un significado para el estudiante, de manera que lo pueda relacionar con su cotidianidad y no se convierta en un elemento abstracto e inmóvil en su desarrollo como persona y, en otra instancia, en su participación en la sociedad como profesional. Bajo esta óptica el "aprendizaje significativo debe contemplar el engranaje lógico de los nuevos conocimientos (...), ideas y representaciones ya formados en las estructuras cognoscitivas del educando; se construye así un conocimiento propio, individual, un conocimiento de él para él" (Viera, 2003, p. 38). A su vez, el aprendizaje significativo "es un aprendizaje en contraposición al memorístico por repetición mecánica que habilita a los estudiantes para encargarse de su futuro de una forma creativa y constructiva, siendo más proactivos que reactivos" (González, 2008, pp. 15). De esta manera se resalta que, el aprendizaje significativo, "es aquel que genera procesos de pensamiento más elaborados y profundos y una mayor organización de ideas, lo que favorece desempeños de calidad. Esto se relaciona directamente con nuestra intención de formar personas con una visión analítica, global y reflexiva" (Restrepo, 2005, p.1).

A la luz de estos aportes, se realza la importancia en el proceso de enseñar matemáticas, el valor que tiene el contexto y la realidad individual de los actores inmersos en dicho proceso, por esto, y aunque sea exigente, se debe ser conscientes del papel que juega en la enseñanza de las matemáticas la empatía que se debe establecer entre lo que se enseña, a quien se le enseñan y cómo se le enseña. De esta manera, es importante resaltar, que el aprendizaje significativo en uno de los primeros actos de mediación de la enseñanza; es en efecto, la elección de la situación a proponer, encontrando una zona de desarrollo proximal, lo cual propicia filiaciones y rupturas, donde el profesor debe buscar alternativas para promover que los discentes pasen de una clase de situaciones a otra, próximas entre sí, es decir, debe estar presente un engranaje lógico, sin escapar a las dificultades ni también considerar oportuno poner en juego la ruptura, de manera que provoque desequilibrio entre la situación a tratar y las competencias de estos, haciéndolas accesibles muchos puntos de vistas actuales. (Vergnaud, 2007).

Según Ausubel (como citó Martínez, Arrieta & Meleán, 2012):

La teoría del aprendizaje significativo es una teoría psicológica cuya finalidad es el aprendizaje en el aula, de manera que adquiera significado para el alumno, a partir de un proceso interactivo e integrador entre el material de instrucción y las ideas “de anclaje” pertinentes en su estructura cognitiva. Los conocimientos

previos, que se relacionan con la nueva tarea de aprendizaje, se organizan jerárquicamente y se adquieren de forma acumulativa, lo que da lugar a un conocimiento más rico, diferenciado, elaborado y estable.

Bajo esta teoría que el éxito escolar, bien entendido, debe garantizar el mejoramiento en el desarrollo de las capacidades de aprendizaje de los estudiantes de manera que estos desarrollen las competencias para resolver los problemas de acuerdo a un contexto, adquirir nuevos aprendizajes, autorregularse y alcanzar paulatinamente la autonomía escolar (Torres, 2009, p. 186).

Es decir, se toma en cuenta elementos que él mismo puede identificar, seleccionar y manejar de acuerdo a lo que ha vivido o está viviendo, de manera que la relación con el su contexto tome protagonismo en la medida que pueda ver la aplicabilidad de lo que va aprendiendo.

Competencias en matemáticas

Los códigos de formación avanzan a ritmos acelerados; ya no es factible concebir el aprendizaje de las matemáticas bajo una estructura magistral y conductista en la cual el estudiante reciba una educación de instrucciones y ausente de relación con su entorno; de manera que no se le pueda dar sentido a lo que se aprende en la escuela, es por esto que hoy día, es importante que la educación matemática gire alrededor de una formación en competencias, teniendo presente que el Dominio de Competencia en Matemáticas concierne a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan tareas matemáticas en una variedad de contextos. “En el mundo real las personas se enfrentan frecuentemente con situaciones en las cuales la aplicación de técnicas de razonamiento cuantitativo o espacial, así como de otras herramientas matemáticas, pueden contribuir a clarificar, formular o resolver un problema” (Proenza & Leyva, 2006, p.10).

Bajo este orden de ideas, los niños y niñas no sólo deben tener unos procesos matemáticos, sino que debe existir una articulación entre estos, los contenidos y los diferentes niveles de complejidad y tareas matemáticas, con el objetivo que se fortalezcan en el contexto sociocultural de la escuela teniendo como consecuencia una motivación especial a la aplicación de la matemática (Solar & García, 2014). Es entonces una exigencia para las distintas instituciones Colombianas preparar a los estudiantes en este aspecto, lo cual exige un cambio de paradigma educativo, que implica, entre varios aspectos:

Situar a las competencias como eje del currículo y no a los contenidos (...); aunque es más que evidente que el conocimiento juega un papel importante para el desarrollo de las competencias, pero no, lógicamente, todo el conocimiento posible, sino aquel que sirva para el desarrollo de las competencias elegidas. (Goñi, 2009, p 84).

Sumado al hecho de que las matemáticas en el currículo estriba en la posibilidad de aplicar el conocimiento a los contextos de uso de la vida (personal, social, profesional...); al igual que desarrollan capacidades cognitivas de alto valor, como instrumento que sirve para trabajar en otras áreas, sobre todo científicas y su aplicación funcional es utilizada en los diferentes ámbitos de la vida diaria. (Goñi, 2011). Cabe aclarar, que el papel que juega el currículo bajo este nuevo enfoque del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas da protagonismo a las competencias, ya que se busca propiciar una cultura escolar en la que los saberes

no constituyan un bagaje inerte sino una fórmula dinámica de construcción acorde con la actividad de la persona que la adquiere. La competencia no se opone al saber, ni a los contenidos ni a las disciplinas; únicamente pone el acento en la movilización de los saberes en situación (Álvarez, et al., 2012).

De esta manera los docentes de matemáticas son los llamados a dar vida a lo establecido en el currículo, ya que no pasaría absolutamente nada con los estudiantes sino no se toma la decisión de emprender un nuevo modelo para enseñar la matemática ya que “la vida personal, las distintas situaciones y problemáticas sociales, el mundo laboral/escolar y la ciencia son contextos sobre los cuales podemos aprender e intervenir. Trabajar matemáticamente sobre situaciones reales supone una transformación de esa realidad” (Gutiérrez, Martínez & Nebrera, 2008, p. 11). Y al suponer una transformación de la realidad, se deben dar elementos para poder hacerlo, de esta manera ¿cómo un estudiante propone soluciones? ¿Cómo propone estrategias de cambio? o ¿cómo establece comparaciones entre situaciones y decide sobre estas? si en la escuela no se prepara para ello; por estas razones la educación está llamada a ser el agente de cambio transformador para la sociedad, dando como primer paso una mejor formación a los niños y niñas que hay en las aulas.

En la formación de ciudadanos matemáticamente competentes

Uno de los fines de la educación en Colombia establece que:

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país. (Ley General de la Educación, 2003)

Lo cual deja claro que el trabajo que se debe realizar en el aula de clases no es el de transmitir conocimiento a un grupo de personas y que este su vez, no tenga sentido para su vida; con la educación se busca dar un giro en la vida social de los niños y niñas de las escuelas, de manera que se desempeñen en sus diferentes campos con dinamismo y buenas decisiones, las cuales a su vez aporten al entorno donde se desenvuelven. Es así como bajo una formación buena formación matemática se busca aportar a desde un sentido integral y humano fortaleciendo

(...) aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática, expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento lo que permite dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad. (Arreguín, Alfaro & Ramírez, 2012, p. 267)

Las expectativas alrededor de la enseñanza de las matemáticas amplían el horizonte, no se puede pensar que la matemática sólo está asociada a elementos abstractos, a lo procedimental y sin sentido para los aprendices, el llamado hoy día es diferente; el objetivo es formar a estudiantes verdaderamente competentes, dándole aplicación a lo que se enseña, para que a su vez el estudiante genere ideas, aporte soluciones, proponga y sea partícipe de la renovación que la sociedad necesita de manera que lo que aprendan hoy pueda aplicarlo en diferentes contextos y ambientes el día de mañana, siendo así un gran agente de cambio social.

Los Estándares básicos en Competencias Matemáticas de Colombia (2003), expresan claramente que existe la necesidad de brindarle a toda la población una educación básica masiva con equidad y calidad, lo que implica buscar también la integración social y la equidad en y a través de la educación matemática, es decir, formar en matemáticas a todo tipo de alumnos y alumnas.

De esta manera se quiere que la matemática deje de ser un área de para unos pocos estudiantes y se convierta en el área de todos, que el lenguaje de la matemática sea dominado por los todos estudiantes y utilizado con naturalidad, dando muestra de dominio matemático.

Este conjunto de elementos descritos anteriormente son los ejes del ciudadano matemáticamente competente, es decir, si quiere formar ciudadanos con grandes competencias matemáticas se debe empezar con un proceso serio, dinámico, organizado, pero flexible y contextualizado al estudiante, en el cual se entiendan las diferentes dinámicas de aprendizaje para brindar variedad y riqueza en dicho proceso. Es decir, ser matemáticamente competente es trascender de las paredes del aula y poder utilizar en contexto lo que se ha aprendido, porque si bien es cierto que la sociedad reclama y valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción reflexiva con carácter flexible, adaptable y generalizable exige estar acompañada de comprender qué se hace y por qué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo.

Estos estándares dejan claro entonces que las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos, para propiciar las bases para la formación de ciudadanos que sean matemáticamente competentes.

Respecto a la evaluación por competencias, otro cambio de exigencia

En esta reflexión sobre el proceso de enseñanza aprendizaje alrededor de las competencias es valioso mencionar que, así como se realiza un proceso de enseñanza en función de competencias matemáticas, de esa misma manera se debe evaluar y tener claro que la evaluación

(...) debe considerar no sólo lo que la persona sabe sino lo que hace con ese conocimiento en diferentes contextos. Por otra parte, para evaluar su actuar en dichos contextos a la luz del conocimiento, deben diseñarse diferentes posibilidades de evaluación con el fin de reflejar la diversidad de posibles situaciones en la que se puede dar la ejecución. (Jiménez, González & Marko, 2010, p. 44)

De la misma forma como se pretende enseñar la matemática de una manera diferente, así mismo debe cambiar la concepción de evaluación, de esta manera no se puede pensar en una sola forma de evaluar la matemática, ya que la evaluación debe considerar no sólo lo que la persona sabe sino lo que hace con ese conocimiento en diferentes contextos. Por otra parte, para evaluar su actuar en dichos contextos a la luz del conocimiento, deben diseñarse diferentes posibilidades de evaluación con el fin de reflejar la diversidad de posibles situaciones en la que se puede dar la aplicación del conocimiento aprendido (Becerra & Moya, 2008)

La evaluación entonces no debe limitarse a los resultados que los estudiantes puedan tener en una prueba escrita, debe existir mirada diferente en torno al proceso ya que la evaluación no sólo debe estar orientada a evaluar el nivel de conocimiento sino cómo lo aplica, por esta razón deben brindarse al estudiante a lo largo del proceso diferentes alternativas (Martín, Díaz & Del Barrio, 2012) ya que la manera de ver la evaluación en las matemáticas debe cambiar; es valioso quitar aquel paradigma que asocia a esta área con sinónimos de intranquilidad, nervios o inseguridades para los estudiantes, ya que se tiene la concepción de que su proceso de la enseñanza usualmente no es claro, goza de incertidumbre y para la mayoría de los aprendices, más que respecto por los números, lo que existe es un gran temor. La matemática no se ve como un área accesibilidad, aplicada, en la que se pueda establecer una buena relación con el docente y así pueda generarse un clima académico que favorezca al aprendiz; es por esto que juega un papel importante en primera instancia, que el docente tenga “un buen conocimiento del alumno, cuáles son sus ideas previas, qué es capaz de aprender, estilo de aprendizaje, motivaciones, hábitos de trabajo, las actitudes y valores que manifiesta frente al estudio” (Fernández, Gutiérrez, Gómez, Jaramillo & Orozco, 2004, p.51), favoreciendo de esta manera el ambiente para que se facilite el proceso de evaluación de las matemáticas.

El papel de la didáctica, un paso de importante en el aprendizaje de las Matemáticas

El papel del maestro Colombiano en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en los niños y niñas luego de los resultados de las pruebas PISA 2015 fue cuestionado duramente por varios sectores del país, luego de darse a conocer los resultados de esta prueba en el área de matemáticas en la cual, el puntaje de Colombia (390) con el puesto 61 superado por Costa Rica (400) puesto 59, México (408) puesto 56, Uruguay (418) puesto 51, Trinidad y Tobago (417) puesto 53, Chile (423) puesto 48 y solo pudo superar a Brasil (377) puesto 65 y a República Dominicana (328) puesto 70 el último, esto en cuanto al ámbito latino. (ICFES, 2015). Surge entonces la necesidad clara y urgente de establecer cambios significativos en el aprendizaje de las matemáticas en Colombia, puesto que los resultados no acompañan los procesos gestados en las instituciones educativas en relación a la enseñanza de esta área.

Además, en matemáticas, según PISA2012, el 74% de los estudiantes colombianos se ubicó por debajo del nivel 2 y el 18%, en el nivel 2. Esto quiere decir que solo dos de cada diez estudiantes pueden hacer interpretaciones literales de los resultados de problemas matemáticos; además, emplean algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas de números enteros, e interpretan y reconocen situaciones en contextos que requieren una inferencia directa. (ICFES, 2013)

Esta clasificación preocupa ya que se están formando estudiantes que no logran realizar grandes inferencias y conexiones entre distintos elementos y la realidad, además, hace un llamado al ejercicio de la práctica docente y cuestiona el cómo se enseña matemáticas en las instituciones Educativas de Colombia.

El llamado es al de reflexionar sobre la práctica docente, la relación con el estudiantes, la contextualización, lo que el realidad se busca con la enseñanza de las matemáticas y cómo se está trabajando para la conseguir esos propósitos el mejorar estos resultados es “una demanda de la sociedad, tanto desde el mundo

académico como desde el mundo del trabajo (...) donde la sociedad en general pide que lo que se enseñe en nuestros centros educativos permita a los estudiantes desenvolverse en la vida” (Parra, 2013, p.75)

De esta manera es importante dar una mirada más profunda a los distintos elementos que existen para que los niños y niñas de Colombia comiencen a experimentar procesos que los lleven a mejores resultados; es así como gracias a la teoría del aprendizaje social y del aprendizaje cognitivo se identifican distintas variables que influye en el proceso de enseñanza aprendizaje de los niños y niñas las cuales “ofrecen diferentes perspectivas de la enseñanza y el aprendizaje con muchas posibilidades de aplicación individualizada, gracias a la importancia que se ha demostrado que tienen los elementos manipulables del entorno” (Balaguer, 2013, p.64).

Una de las variables que cobran relevancia en el papel del aprendizaje y cómo el profesor gestiona en la clase procesos de manera que el estudiante tenga la posibilidad de llegar a mejores niveles en su aprendizaje en matemáticas, es la didáctica para la enseñanza de la misma, y es en este punto donde un referente como Brousseau aporta a la comunidad su teoría de situaciones didácticas, la cual “propuso otro enfoque: el de una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se den en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden” (Brousseau, 2007, p. 7), otorgando elementos para que el docente pueda generar cambios importantes desde su clase en pro de una alfabetización matemática, entendiendo esta como “la capacidad de los las y los jóvenes para analizar, razonar, modelar, argumentar y comunicarse eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en diferentes contextos y situaciones” (Salas, 2012, p.3).

A partir de este referente es clave comprender que en didáctica de las matemáticas son indispensables los principios encaminados hacia la perspectiva del arte, es decir el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo “ (...) lo que implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de pruebas, de justificaciones y de obligaciones” (D’Amore, 2008, p.4).

Es claro, que las acciones que se realicen para una transformación positiva en la vida académica de los niños y niñas para el buen aprendizaje de las matemáticas, están asociadas a exigencias que van más allá de preparar rutinariamente una clase de esta manera por esto “es responsabilidad del docente proponer una situación adecuada mediante una pregunta que motive las distintas situaciones de aprendizaje con conocimientos anteriores, las que el niño deberá adecuar y acomodar” (Cabanne, 2008, p.7). De manera que el camino entorno al aprendizaje de las matemáticas sea una relación diferente entre los profesores, estudiantes y el saber específico, para que los niños y niñas se motiven a aprender matemáticas desde un sentido natural y aplicado, más no memorístico y automático, de manera que dicho conocimiento trascienda al contexto y no quede en las cuatro paredes del aula de clases, porque según Brousseau (tal como citó Múnera, 2011) saber matemáticas no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es ocuparse de problemas que,

en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones. Es así como la actividad matemática, que se debe realizar en el aula, es un trabajo del pensamiento que

Construye conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de los conceptos así contruidos, que rectifica los conceptos para resolver esos nuevos problemas, que generaliza y unifica poco a poco esos conceptos en universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran. (Parada & Pluvinaige, 2014, p. 87)

Una mirada a la transposición didáctica

Los elementos medulares para una mejor gestión en la clase están dados; ahora se debe tener en cuenta, la manera cómo colocarlos en práctica para que realmente se obtengan los objetivos esperados. De esta manera emerge el aporte de La Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, donde menciona que la construcción de esta se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado. Es así como se puede preguntar “¿Qué es entonces aquello que, en el sistema didáctico, se coloca bajo el estandarte del saber?, ¿qué relación entabla con lo que se proclama de él fuera de ese ámbito? ¿Y qué relación entabla entonces con el saber sabido, el de los matemáticos? ¿Qué distancias existen entre unos y otros?” (Chevallard, 1998, p. 12)

La respuesta a estos cuestionamientos va de la mano al desarrollo de proceso de enseñanza caracterizado en dos momentos: el primero de ellos está relacionado con el paso del saber matemático al saber enseñar; y un segundo momento, es del saber enseñar al saber enseñado.

Puede expresarse entonces, que la transposición didáctica tiene como punto de partida un “saber sabido”, el cual se produce en un contexto específico, pero al extraerse de dicho contexto y convertirse en un “saber enseñado”, sufre ciertas modificaciones relacionadas con el funcionamiento didáctico asociado a la característica de cada profesor y que exigen valorar las posibles variables didácticas que puedan intervenir en ese “delta de la información” de manera que el aprendizaje del niño sea cada vez mejor.

Por eso, “la enseñanza implica el desarrollo de un tipo particular de vínculo con el saber a enseñar; debe transformarlo para que cumpla un papel determinado en el proceso didáctico y luego trabajar con él” (Cardelli, 2004, p. 51). Es decir, la enseñanza, no es un proceso aleatorio, sin orden, sin objetivos claros, por el contrario, este proceso depende de la disposición y claridades que tengan el profesor en su práctica y lo que quiera desarrollar con sus estudiantes teniendo en cuenta a la “la transposición didáctica como el trabajo que transforma el objeto de saber en un objeto de enseñanza. El sujeto va adquiriendo conocimientos de su mundo en la medida que es capaz de ir captando aquellas propiedades que lo caracterizan” (Pellón, Mansilla & San Martín, 2009, p. 744)

Bajo este contexto, es importante articular tres eslabones que son protagonistas en los distintos escenarios donde se gestiona el conocimiento: en el primero, están los niños y niñas; en el segundo, está el profesor y el tercero, sin ser el menos importante, el conocimiento; con estos tres elementos se constituye el llamado sistema didáctico, el cual básicamente consiste en el cómo se relacionan, generando así el objeto de estudio de la didáctica.

Ese objeto será conceptualizado a partir de la diferenciación entre el “saber enseñar” y el “saber enseñado”. Será la “transposición didáctica” la que remita a dicha diferenciación. Herramienta que para Chevallard se convierte en esencial para que el didacta tome la distancia necesaria ante la familiaridad engañosa de su objeto de estudio (Fernández, 2012, p.4).

En la búsqueda de mejores resultados: Matemáticas Singapur

La revisión de teórica desarrollada anteriormente brinda los elementos que fundamentan la construcción que se ha realizado en Singapur para su modelo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el cual lo ha llevado a obtener grandes resultados en las distintas pruebas internacionales y que a su vez ha despertado el interés de otros países para conocer cuál es el secreto que han utilizado en el ya famoso país asiático para la obtención de dichos resultados.

Es así como la enseñanza de las matemáticas en el currículo de Singapur tanto para primaria como para secundaria, tuvo como objetivo, centrarse en la solución de problemas, lo cual comenzó en 1970 y fue fortaleciéndose a partir de 1990 (Fan & Zhu, 2007). De esta manera se tiene en cuenta que el modelo aplicado en Singapur va de la mano de un proceso cuyo objetivo es el de fortalecer las habilidades de los niños en relación a la solución de problemas y no al desarrollo de algunos contenidos los cuales, la mayoría de veces, carecen de significado para los estudiantes. De tal forma que las matemáticas en Singapur orientan la enseñanza a un ritmo más lento, pero con mayor profundidad, ya que se fundamenta en las habilidades matemáticas (Hoven & Garelick, 2007), que es en últimas, uno de los principales objetivos de la enseñanza de esta área.

Ahora bien, la estructura académica propuesta por Singapur no sólo está asociada al desarrollo de habilidades por medio de la solución de problemas contextualizados, sino que también se apoya en las características de su currículo el cual fundamenta su construcción entorno a la solución de problemas, de manera que se puedan aprender conceptos y desarrollar las habilidades matemáticas bajo eventos no comunes y asociados a la realidad (Hoong, et al, 2011). A esta característica, se suma la forma cómo el profesor participa en el proceso de enseñanza de las matemáticas, su manera de darla clase, de evaluar y el compromiso que existe con todo el proceso que se tiene organizado desde el currículo.

La relevancia de las matemáticas en Singapur está evidencia en toda la organización que existe para que los niños y niñas, tengan una experiencia que marque diferencia positiva en su proceso de aprendizaje, y que, además, busca los resultados, no sólo locales, sino que se validen internacionalmente. En Singapur creen plenamente que la buena educación matemática de sus estudiantes generara grandes cambios, es por esto que trabajan bajo la premisa que “el aprendizaje de las matemáticas es la clave en todo sistema educativo que tenga como objetivo preparar a sus ciudadanos para una vida productiva en el siglo XXI” (Ministry of Education, Singapore [MOE], 2017).

El proceso de formación para la obtención de excelentes resultados académicos comienza por la organización del currículo desde los cursos primarios, en donde tienen como objetivo que los niños y niñas adquieran el conocimiento y las habilidades necesarias para desarrollar los procesos de pensamiento de manera que los puedan aplicar en las diversas situaciones matemáticas a las que se puedan enfrentar (Seng & Thirumurthy, 1999). Bajo estos parámetros

los estudiantes tendrán la oportunidad de descubrir, razonar y comunicar; participarán en socializaciones de manera que puedan generar alternativas de solución a situaciones y establecer conexiones entre estas. Estas características exigen la transformación del método como se enseña y aprenden matemáticas los niños y niñas (MOE, 2007)

De esta manera, en Singapur realizan una estructura académica desde los cursos inferiores hasta lo superiores, con el objetivo de formar ciudadanos que posean habilidades y conocimientos matemáticos que les permitan desenvolverse en sus actividades con altos niveles en la resolución de problemas asociados a la matemática, de esta manera su experiencia con el área es natural, cotidiana, no centrada en la memoria y el miedo a los números. Es así como generan un clima de motivación para los estudiantes en pro de conseguir los objetivos que se trazan desde los primeros años de la enseñanza.

En relación a tres aristas del pentágono propuesto por Singapur

El Ministerio de Educación de Singapur plantea cinco principios básicos para la enseñanza de las matemáticas que se aplican a los distintos niveles. Es así como existe un eje central alrededor de estos elementos, el cual es la “Solución de problemas”, de tal forma que los estudiantes apliquen los conceptos bajo una variedad de situaciones no lineales.



Figura 1. Pentágono de los cinco principios para la enseñanza en Singapur de las matemáticas. Fuente: Sistema de Educación de Singapur, MOE (2017).

Figura 1.

Pentágono de los cinco principios para la enseñanza en Singapur de las matemáticas
Sistema de Educación de Singapur, MOE (2017)

Existen tres aspectos que se pueden destacar de manera especial en el Pentágono propuesto por Singapur, en comparación con lo emanado por los lineamientos curriculares de matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, uno de ellos es la arista asociada a la Metacognición, en la cual hacen referencia al “pensar sobre el pensamiento” y destacan la capacidad que se debe trabajar en niños y niñas para desarrollar la capacidad de elegir las estrategias adecuadas para la solución de problemas en diferentes contextos, de manera que el estudiante no se encuentre en un modelo lineal de aprendizaje, sino que constantemente esté exigido a cambios para que pueda generar soluciones

a distintos niveles de complejidad, es decir, se forma en matemáticas "bajo la concepción de desarrollar la habilidad de controlar sus propios procesos de pensamiento, de manera que puedan seleccionar y usar su propia estrategia de resolución de problemas" (MOE, 2017)

Bajo este lineamiento se "debe llamar la atención del estudiante hacia los elementos relevantes que habrá de considerar para construir la solución al problema, enseñándole a distinguir los datos y relaciones relevantes a partir de la presentación contextual de los mismos" (Peñalva, 2010, p. 144). Este proceso se "enmarca la indagación sobre cómo los seres humanos piensan y controlan sus propios procesos de pensamiento", (Silva, 2006, p. 82) haciendo entonces referencia al proceso metacognitivo.

En cuanto a las habilidades, se destaca la orientación que se realiza para trabajar de manera especial en el cálculo numérico, la manipulación algebraica, la visualización espacial, el análisis de datos, medición y uso de herramientas matemáticas (MOE, 2017). Las cuales no se pueden entender sólo como aquellas las capacidades procedimentales que tienen o alcanzan a desarrollar los estudiantes por simple repetición de ejercicios de matemáticas; la habilidad exige análisis, observación e interpretación de la información planteada y son fundamentales previo a su aplicación para la solución de problemas, ya que, si el estudiante no las posee, no logrará llegar a la solución de problemas matemáticos. Por esta razón es importante que los niños perfeccionen sus habilidades para contar, para leer y escribir números y para relacionar colecciones de objetos con su correspondiente número escrito; habilidades que permiten la realización por escrito de operaciones sencillas de suma y resta, "con ello se sientan las bases para el posterior dominio de hechos numéricos, el conocimiento del sistema decimal, el desarrollo de estrategias inventadas, así como para la solución y comprensión de los problemas aritméticos en papel y lápiz" (Guevara, Hermosillo, López, Delgado, García & Rugeiro, 2008, p. 14)

Otra de las aristas que llama la atención en lo propuesto por Singapur es la llamada, Actitudes, en la cual se destaca el desempeño que debe tener el profesor para despertar en los estudiantes el interés sobre el área y mostrarles la influencia de esta en los distintos aspectos de la vida, destacando su riqueza en aplicaciones, no sin olvidar la perseverancia que se debe tener para lograr solucionar problemas matemáticos (MOE, 2017).

Por eso la razón para priorizar el tema de las actitudes hay que tener en cuenta que el maestro está al frente de las distintas experiencias que han tenido los estudiantes en relación a su vida académica y todo aquello que directa o indirectamente influya en ella, de tal manera que se establecen un entorno asociado a la autoestima de los niños y niñas, creencias sobre la matemática y el profesor (Gómez, 2009). Por esto es importante tener presente lo que implica esta arista, ya que juega un papel fundamental: el motivar, enamorar e interesar a los estudiantes por las matemáticas; que sean perseverantes a la hora de asumir situaciones de reto, por esto es importante que el profesor reconozca que "las actitudes tienen tendencia reactiva sobre lo que se aprende, y lo que se enseña y se evalúa, esto genera actitudes particulares, entonces la carga cognitiva y afectiva que acompaña a las actitudes no debe ser descuidada" (Martínez, 2008, p. 242). En relación a esto se debe tener en cuenta no sólo la articulación existente en el proceso de la enseñanza de las matemáticas entre el uso de la dialéctica, los

conocimientos y habilidades matemáticas, sino también la actitud que asuman los niños y niñas ante la propuesta de la construcción y reflexión del conocimiento (Peñalva, 2010)

En general, estos aspectos son la guía para los maestros de matemáticas en Singapur, donde la enseñanza de esta área se fundamenta en la resolución de problemas; por tanto en el poderoso país Asiático; el objetivo con estas aristas es que los profesores tengan los elementos necesarios para realizar la gestión de clase con los niños y niñas en cualquier nivel de escolaridad y formen paulatinamente a potenciales ciudadanos creativos e investigadores que aporten significativamente al mejoramiento de la sociedad.

A manera de cierre: Barranquilla, por el ejemplo de Singapur en la educación matemática

Durante el año 2014 se cumplió la tercera fase del Proyecto de Implementación del Modelo de aprendizaje para las Matemáticas Método Singapur en Barranquilla, cuyo proceso comenzó como proyecto piloto en 22 Instituciones Educativas del Distrito de Barranquilla y cuya iniciativa se fundamentó en lo planteado en el Plan Distrital Decenal de Educación 2010 – 2020, p13) en donde quedó manifestado que: Es indispensable lograr la articulación de todos los niveles del sistema educativo y la coherencia de éste con los contextos locales, regionales, nacional e internacional. En consecuencia, es menester desarrollar la capacidad del sistema para reconocer la diversidad cultural, social y étnica de la población, así como su capacidad de respuesta frente a las necesidades de los habitantes del Distrito de Barranquilla y a las características y exigencias del entorno.

Identificando las distintas exigencias de la actualidad entorno a las competencias matemáticas y teniendo como fundamento lo declarado en los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas (2003, p. 47), se afirma:

El mundo social y laboral fuertemente tecnologizado del Siglo XXI requiere cada vez más de herramientas proporcionadas por las matemáticas –sin olvidar ni menospreciar los aportes de otras disciplinas como las ciencias naturales y sociales– y por las nuevas tecnologías, para lograr con ellas desempeños eficientes y creativos en muchas labores en las que antes no se requería más que de la aritmética elemental (...) El conocimiento matemático es imprescindible y necesario en todo ciudadano para desempeñarse en forma activa y crítica en su vida social y política y para interpretar la información necesaria en la toma de decisiones.

Conclusión

Es claro entonces que la calidad en la educación debe tener como base un proceso sostenible y comprometido de los distintos actores que en ella intervienen, teniendo presente que “la calidad de la Educación no puede situarse en los medios y recursos, meros instrumentos a su servicio, aunque resulte imprescindible contar con los adecuados, necesarios y suficientes” (Pérez, 2005, p.14). Por eso el llamado a la reflexión del maestro juega un papel importante teniendo presente el compromiso social que existe, en donde se manifiesta la naturaleza del compartir no sólo conocimiento, si no también experiencia y ejemplo, de manera que los

estudiantes tengan en las distintas etapas del proceso educativo una serie de elementos que los guíen en su forman integral.

La enseñanza de las matemáticas es un reto, el que lo asuma debe tener claro las distintas exigencias que tiene, ya que enseñar matemáticas no implica transmitir conocimiento, enseñar matemática conlleva el compromiso de darle sentido a una serie de elementos sin aparente vida consignados en un cuaderno, aprovechando conocimientos previos de los estudiantes para desarrollar al máximo sus habilidades y competencias matemáticas ya que se hace necesario un saber más humanizante entre estudiantes y las nuevas tendencias en tecnología (Uzuriaga & Martínez, 2006).

Por esto hoy Barranquilla experimenta un cambio en su accionar desde el punto de vista educativa, lo cual se viene reflejando en los distintos resultados de los últimos años respecto a matemáticas en relación a las Pruebas Saber 3°, 5° 9° y 11°, lo cual motiva y llena de orgullo a seguir trabajando. En última instancia, el eje del maestro es su vocación, y su motor la ilusión día a día de formar mucho mejor a sus estudiantes, encontrar un mejor nivel para que sean hombres y mujeres de bien para la sociedad; por esto la formación debe ser continua, el medio así lo exige y la naturaleza de la educación lo demanda de esa manera. Los elementos están dados para seguir mejorando y poder escribir con el aporte de toda la comunidad una nueva historia tal como se ha gestado en la ciudad, tomando como ejemplo un modelo educativa que está dando grandes resultados y sobre el cual se ha escrito en este artículo ofreciendo aspectos medulares para tener en cuenta y mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

REFERENCIAS

- Alcaldía de Barranquilla – Secretaría de Educación Distrital. (2010). Plan distrital decenal de educación 2010 – 2010. Recuperado de: http://www.sedbarranquilla.gov.co/sed/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=207&Itemid=34.
- Álvarez, J., Arcavi, A., Fernández, J., De la Fuente, C., Gómez, I., Muñoz, J., Philippe, R. & Usón, C. (2012). Competencias matemáticas. Instrumentos para las Ciencias sociales y naturales. Ministerio de Educación Cultura y Deporte. Madrid, España. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=5CgbAgAAQBAJ&pg=PA6&dq=COMPETENCIAS+MATEMATICAS&hl=es&sa=X&ei=Zr0RVcrbI6TIsATQ2oEI&ved=0CCYQ6AEwAC%20MATEMATICAS&f=false>
- Arreguín, L. E., Alfaro, J. A. & Ramírez, M. S. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. Reice. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 10(4) 264-284. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55124841017>
- Balaguera M.& Salvador, Raménto. Principios metodológicos para trabajar la didáctica de las matemáticas en los grados de Educación Primaria de la UIC. Historia y Comunicación social. 18(2) 63 – 74. Recuperado de: <http://revistas.ucm.es/index.php/HICS/article/view/44226/41788>
- Becerra H., R. & Moya Romero, A. (2008). Una perspectiva crítica de la evaluación en matemática en la Educación Superior. Sapiens. Revista Universitaria de

- Investigación, 9(1) 35-69. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011135002>
- Brousseau, G., (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Cabanne N. (2008). *DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA ¿Cómo aprender? ¿Cómo enseñar?*. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=OLxkcM28tCEC&printsec=frontcover&dq=Nora+Cabanne&hl=es-419&sa=X&ei=75EqVe6zPO7msATc9IGgCA&ved=0CCEQ6AEwAA%20Cabanne&f=false>
- Caraballo, R. M., Rico, L. & Lupiáñez, J. L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 17(2) 225-241. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56729526014>
- Cardelli, J. (2004). Reflexiones críticas sobre el concepto de Transposición Didáctica de Chevallard. *Cuadernos de Antropología Social*, (19) 49-61. Recuperado de <http://www.scielo.org.ar/pdf/cas/n19/n19a04.pdf>
- Castañeda G., A. & Álvarez Tostado Uribe, M. d. J. (2004). La reprobación en Matemáticas. Dos experiencias. *Tiempo de Educar*, 5(9) 141-172. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31100906>
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del Saber sabido al saber enseñado*. Recuperado de http://www.terras.edu.ar/biblioteca/11/11DID_Chevallard_Unidad_3.pdf
- D'Amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *enseñanza de la matemática. Revista de la ASOVEMAT.* (17)1, 87-106. Recuperado de: <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/655%20Epistemologia%20didactica%20y%20practicass.pdf>
- Pellón, M., Mansilla, J. & San Martín, C. Desafíos para la Transposición Didáctica y Conocimiento Didáctico del Contenido en Docentes de Anatomía: Obstáculos y Proyecciones. *International Journal of Morphology*, 27(3), 743-750. Recuperado de http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-95022009000300018&lng=es&ctlng=es.10.4067/S0717-95022009000300018.ducativa,1
- Fan, L. & Yan, Z. (2007). From convergence to divergence: the development of mathematical. *ZDM*, 39(Issue 5-6). Pp 401 – 501. doi: 10.1007/s11858-007-0044-1
- Fernández , K., Gutiérrez , I., Gómez, M., Jaramillo , L. & Orozco , M. (2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia). *Zona Próxima*, (5) 42-72. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300503>
- Fernández, A. (2012). Sobre la propuesta epistemológica de Chevallard. *Fermentario*. 6(2). 1-19. Recuperado de: <http://www.fermentario.fhuce.edu.uy/index.php/fermentario/article/viewFile/97/101>
- García, O., Jiménez, E. & Flores, R. d. C. (2006). Un programa de apoyo para facilitar el aprendizaje de solución de problemas de suma y resta en alumnos con bajo rendimiento. *Educación Matemática*, 18(2) 95-122. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40518205>
- Garita S., G. (2001). Aprendizaje significativo: Un asunto de subjetividad e interacción en el aprendizaje . *Revista de Ciencias Sociales (Cr)*, II-III(93) 157-169. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15309313>

- Gómez-Chacón, I. M. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática*, 21(3) 5-32. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516671002>
- González, F. (2010). Un modelo didáctico para la formación inicial de profesores de matemática. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 11(1) 47-59. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41021794004>
- González G. & Fermín M. (2008). El mapa conceptual y el diagrama V, Recursos para la Enseñanza Superior en el siglo XXI, Narcea, S.A, Ediciones, Madrid: España. Recuperado de https://books.google.com.co/books?id=y_MxNHlYsTYC&pg=PA38&dq=aprendizaje+significativo&hl=es-419&sa=X&ei=tNZCVbnJYO3yATQ_oGwAw&ved=0CEAQ6AEwBC%20significativo&f=false
- Goñi, J. M. (2011). Didáctica de las matemáticas. España: Ministerio de Educación de España - Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L. Recuperado en <http://site.ebrary.com/lib/consorcioitesmsp/Doc?id=10803822&ppg=26>
- Goñi, J. (2009). $3^2 - 2$ ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática. Recuperado de <https://books.google.es/books?id=ljmyqWC5jYEC&pg=PA84&dq=COMPETENCIAS+MATEMATICAS&hl=es&sa=X&ei=Zr0RVcrbI6TIsATQ2oEI&ved=0CD8Q6AEwBC%20MATEMATICAS&f=false>
- Guevara, Y., Hermosillo, Á., López, A., Delgado, U., García, G. & Rugerio, J. (2008). Habilidades matemáticas en alumnos de bajo nivel sociocultural. *Acta Colombiana de Psicología*, 11(2) 13-24. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=79811202>
- Gutiérrez, L., Martínez, E. & Nebreda, T. (2008). Las Competencias básicas en el área de Matemáticas. Recuperado de http://comclave.educarex.es/pluginfile.php/580/mod_resource/content/2/Cuaderno5-Las%20CCBB%20en%20el%20C3%A1rea%20de%20Matem%20C3%A1ticas.pdf
- Hoong, Y., Dindyal, J., Lam, T., Seng, K., Guan, E. & Tee, S. (2011). Teacher preparation for a problem-solving curriculum in Singapore. *ZDM Mathematics Education*, 43, 819 – 831. doi 10.1007/s11858-011-0356-z
- Hoven, J. & Garelick, B. (2007). Singapore Math: Simple or Complex? . *Educational Leadership*, 65(3), 28 – 31. Recuperado de: <http://www.nychold.com/art-hoven-el-0711.pdf>
- Instituto Colombiano para el fomento de la educación superior. (2013). COLOMBIA EN PISA 2012 Informe nacional de resultados Resumen ejecutivo. Recuperado de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Resumen%20ejecutivo%20Resultados%20Colombia%20en%20PISA%202012%20\(3\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Resumen%20ejecutivo%20Resultados%20Colombia%20en%20PISA%202012%20(3).pdf)
- Jiménez G., Y. I., González Ramírez, M. A. & Hernández, J. (2010). Modelo 360° para la evaluación por competencias (enseñanza-aprendizaje). *Innovación Educativa*, 10(53) 43-53. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=179420770003>
- Leyva, J. & Proenza, Y. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. *Revista Iberoamerica de Educación*, 41(1) 1- 15. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1394Proenza.pdf>
- Martínez, R., Arrieta, X. & Meleán, R. (2012). Desarrollo cognitivo conceptual y características de aprendizaje de estudiantes universitarios. *Omnia*, 18(3) 35-48. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73725513006>

- Martín-Peña, M. L., Díaz-Garrido, E. & del Barrio I., L. (2012). Metodología docente y evaluación por competencias: una experiencia en la materia Dirección de Producción. Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa, 18(3) 237-247. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274124906007>
- Ministerio de educación Nacional. Ley General de Educación de Colombia. Ley 115 de 1994 (2003). Recuperado en <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-85906.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (1994). Ley General de Educación. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Ministry of Education, Singapore. (2007). Primary Mathematics teaching and learning syllabus. Recuperado de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/math-primary-2007.pdf>
- Ministry of Education, Singapore. (2017). Primary Mathematics teaching and learning syllabus. Recuperado de: <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/math-primary-2013.pdf>
- Múnera, J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. Revista Educación y Pedagogía. 23(59) 179 – 193. Recuperado de: <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/view/8694/8007>
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). Teaching Mathematics through problema solving: prekindergarten-grade6.
- Núñez, R. (2003). La enseñanza problémica Una estrategia didáctica coherente". Renglones, revista del ITESO, (54). Recuperado de: http://rei.iteso.mx/bitstream/handle/11117/343/54_02_ensenanza_problemica.pdf?sequence=2
- OCDE (2016). PISA 2015: Resultados Clave. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Parada, S. E. & Pluvillage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17(1) 83-113. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33530083005>
- Pellón A., Mario, Mansilla S., J. & San Martín C., D. (2009). Desafíos para la transposición didáctica y conocimiento didáctico del contenido en docentes de anatomía: obstáculos y proyecciones. *int. j. morphol.*, 27(3):743-750, 2009. Recuperado de: <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?sid=7d937215-05b4-48fe-8087-b39d5d6b1238%40sessionmgr4001&vid=3&hid=4112>
- Peñalva R., L. P. (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. Política y Cultura, (33) 135-151. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/polcul/n33/n33a8.pdf>
- Pérez J., R. (2005). Calidad de la educación, calidad en la educación. Hacia su necesaria integración. Educación XXI, (8) 11-33. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=70600801>
- Programa Estado de la Nación. (2012). CUARTO INFORME DEL ESTADO DE LA EDUCACIÓN Informe Final Constructo “Alfabetización Matemática”, según PISA. Recuperado de http://www.estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/004/salas_alfabetizacion_matematica_pisa.pdf

- Restrepo G., B. (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, 8() 9-19. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400803>
- Rodríguez Q., Esther. (2008). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas: una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. España: Universidad Complutense de Madrid, 2008. Universidad Complutense de Madrid. Recuperado de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t28687.pdf>
- Seng, S. & Thirumurthy, V. (2009). *Mathematics Curriculum in India and Singapore*. ERIC Institute of Education Science. Recuperado de: [ERIChttp://files.eric.ed.gov/fulltext/ED429704.pdf](http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED429704.pdf)
- Silva C., C. (2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle*, 7(26) 81-91. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=34202606>
- Solar, H., García, B., Rojas, F. & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática*, 26(2) 33-67. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40532665003>
- Torres, M. M. (2009). ¿Por qué aprenden los estudiantes? los objetivos de logro y su relación con el éxito o fracaso escolar. *Zona Próxima*, (11) 184-195. <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/view/1606/1053>
- Tovar-Gálvez, J. C. & García Contreras, G. A. (2012). Investigación en la práctica docente universitaria: obstáculos epistemológicos y alternativas desde la Didáctica General Constructivista. *Educação e Pesquisa*, 38(4) 881-895. Recuperado de [file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-DidacticaDeLasMatematicas-2282535%20\(4\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-DidacticaDeLasMatematicas-2282535%20(4).pdf)
- Uzuriaga L., V. L. & Martínez A., A. (2006). Retos de la enseñanza de las matemáticas en el nuevo milenio. *Scientia Et Technica*, XII(31) 265-270. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84911639046>
- Vergnaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Revista Investigações em Ensino de Ciências – V12(2)*, pp.285-302. Madrid, España. pp. 286,287. Recuperado de http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID172/v12_n2_a2007.pdf
- Viera T., T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Universidades*, (26) 37-43. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37302605>
- Parra, S. H. (2013). Claves para la contextualización de la matemática en la acción docente. *Omnia*, 19 (3), 74 - 85.