

Mosquera, Julio; Serres, Yolanda

Julio Mosquera

jmosque@una.edu.ve

Universidad Nacional Abierta, Brasil

Yolanda Serres

yolanda.serres.voisin@gmail.com

Universidad Central de Venezuela, Brasil

Revista de Matemática, Ensino e Cultura

Grupo de Pesquisa sobre Práticas Socioculturais e Educação
Matemática, Brasil

ISSN: 1980-3141

ISSN-e: 1980-3141

Periodicidad: Cuatrimestral
vol. 16, núm. 39, 2021

revistarematec@gmail.com

Recepción: 12 Agosto 2021

Aprobación: 19 Octubre 2021

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/journal/574/5743029009/>

DOI: [https://doi.org/10.37084/](https://doi.org/10.37084/REMATÉC.1980-3141.2021.n39.p142-166.id491)

REMATÉC.1980-3141.2021.n39.p142-166.id491

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-
NoComercial 4.0 Internacional.



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-
NoComercial 4.0 Internacional.

Resumen: La Teoría de la Objetivación (TO) es una teoría educativa que está recibiendo cada vez más atención de parte de la comunidad de educadores matemáticos. Conceptos como aprendizaje y saber adquieren un nuevo significado y, además, nuevos términos técnicos han sido introducidos en la TO. Hemos preparado este glosario de conceptos propios de la TO para facilitar el trabajo de las y los investigadores interesados en estudiar y usar esta teoría. Para realizar este glosario revisamos primero todos los artículos escritos por Luis Radford sobre la TO para determinar los conceptos relevantes en esta teoría y estudiamos su evolución. Seleccionamos las definiciones de cada uno de esos conceptos de las publicaciones más recientes en las que aparecen explícitamente expuestos, salvo algunas excepciones en las que encontramos definiciones más ricas en publicaciones de años anteriores. En algunos casos, incluimos definiciones de ciertos conceptos tomadas de más de un artículo. En la lista de referencias solo incluimos las referidas a los trabajos de Radford citados en este artículo. No incluimos, por razones de economía de espacio, las referencias a artículos de otros autores citados por Radford en los extractos textuales seleccionados.

Palabras clave: Términos, Conceptos, Teoría de la Objetivación, Definiciones.

Resumo: A Teoria da Objetivação (TO) é uma teoria educacional que está recebendo cada vez mais atenção da comunidade de educadores matemáticos. Na TO, conceitos como aprender e saber adquirem um novo significado e, além disso, novos termos técnicos foram introduzidos. Preparamos este glossário de conceitos da TO para facilitar o trabalho de pesquisadores interessados em estudar e usar essa teoria. Para fazer este glossário, primeiro revisamos todos os artigos escritos por Luis Radford sobre TO, para determinar os conceitos relevantes nesta teoria e estudamos sua evolução. Seleccionamos as definições de cada um desses conceitos nas publicações mais recentes em que estão explicitamente expostos, com algumas exceções em que encontramos definições mais ricas em publicações de anos anteriores. Em alguns casos, incluímos definições de certos conceitos retirados de mais de um artigo. Na lista de referências, incluímos apenas aquelas referentes às obras de Radford citadas neste artigo. Não incluímos, por razões de economia espacial, referências a artigos de outros autores citados por Radford nos extratos textuais selecionados.

Palavras-chave: Termos, Conceitos, Teoria da Objetificação, Definições.

Abstract: The Theory of Objectification (TO) is an educational theory that is getting growing attention by the mathematics education community. In the TO, concepts like learning and savoir are given a new meaning and, moreover, new technical terms are introduced. We have prepared a glossary of concepts to help those researchers interested in studying and using this theory. To elaborate this glossary, we first reviewed all articles published by Radford to determine the relevant concepts for the TO and we study their evolution. We selected the definitions of all these concepts from the more current publications where they are explicitly presented. Only for some exceptions, we included richer definitions found in letter articles. In some cases, we included definitions taken from more than one article. In the list of references, we include only Radford's publications, we do not include references to the authors cited by Radford in the extracts selected.

Keywords: Terms, Concepts, Theory of Objectification, Definitions.

INTRODUCCIÓN

La Teoría de la Objetivación (TO) tiene su origen en un movimiento en el campo de la educación matemática de comienzos de los años 90 del siglo pasado (Radford, 2014). A lo largo de estos años la TO se ha ido consolidando como una de las más importantes teorías en el campo de la educación matemática. Esta teoría educativa está recibiendo cada vez más atención de parte de la comunidad de educadores matemáticos en todo el mundo. Conceptos como aprendizaje y saber adquieren un nuevo significado y, además, nuevos términos técnicos han sido introducidos en la TO, por tanto, la comprensión de estos conceptos es fundamental para entender la teoría.

Hemos preparado este glosario de conceptos propios de la TO para facilitar el trabajo de las y los investigadores interesados en estudiar y usar esta teoría. Radford (2015) caracteriza a toda teoría como una terna (P, M, Q), donde P es el conjunto de principios asumidos en dicha teoría, M se refiere a las metodologías adoptadas y Q a las preguntas formuladas dentro de dicha teoría. Los términos incluidos en este glosario constituyen elementos importantes de las dos primeras componentes de la teoría.

Además, es conocido por muchos las dificultades que encontramos al traducir términos científicos de un idioma a otro. Un ejemplo de esta dificultad lo muestra el propio Radford (2020b) al señalar que no contamos con un término en español que nos permita expresar a cabalidad el significado de la palabra rusa *deyatel'nost'*. Creemos que un glosario como este puede resultar de mucha ayuda para los académicos de los países de habla hispana, así como para nuestros colegas de Brasil y otros países en los que se habla portugués.

Para realizar este glosario revisamos primero todos los artículos escritos por Radford sobre la TO, para determinar los conceptos relevantes en esta teoría y estudiamos su evolución. Seleccionamos las definiciones de cada uno de esos conceptos de las publicaciones más recientes en las que aparecen explícitamente expuestos, salvo algunas excepciones en las que encontramos definiciones más ricas en publicaciones de años anteriores. En algunos casos, incluimos definiciones de ciertos conceptos tomadas de más de un artículo.

En la lista de referencias solo incluimos las referidas a los trabajos de Radford citados en este artículo. No incluimos, por razones de economía de espacio, las referencias a artículos de otros autores citados por Radford

en los extractos textuales seleccionados. En caso de que el lector esté interesado en algunas de las referencias a estos trabajos pueden localizarlas en los artículos originales.

GLOSARIO DE CONCEPTOS

ACCIONES DE INCLUSIÓN

[...] Estas acciones son concebidas de manera que el alumno que resuelve correctamente problemas matemáticos sin poder atender a la dimensión interpersonal de la comunidad gane poco a poco su espacio en la misma. (RADFORD, 2006, p. 118)

ACTIVIDAD

[...] La actividad en la teoría de la objetivación no significa simplemente hacer algo. La actividad (Tätigkeit en alemán y deyatel'nost' en ruso) se refiere a un sistema dinámico orientado a la satisfacción de las necesidades colectivas. Por eso, la actividad como Tätigkeit/deyatel'nost' no debe confundirse con la actividad como Aktivität/aktivnost'; es decir, como simplemente estar ocupado con algo [...]. La actividad como Tätigkeit/deyatel'nost' es una forma social de esfuerzo conjunto a través de la cual los individuos producen sus medios de subsistencia mientras se producen a sí mismos como seres humanos. Comprende nociones de auto-expresión, desarrollo racional y gozo estético [...]. Más precisamente, la Actividad como Tätigkeit/deyatel'nost' es una forma de vida. [...] (RADFORD, 2020c, p. 23)

[...] la actividad humana es generadora de los objetos conceptuales, los cuales se transforman a raíz de cambios en las actividades mismas. [...] (RADFORD, 2006, p. 112)

AFECTO

[...] El afecto, es decir, la capacidad de ser afectado por las cosas de nuestro entorno, por otro lado, también es parte de nuestra constitución humana. La implicación educativa es que en lugar de ser un esfuerzo puramente mental, el aprendizaje de las matemáticas implica emociones y afecto en maneras que nos afectan profundamente como seres humanos. Por eso las aulas no sólo producen saberes, sino también subjetividades. (RADFORD, 2018, p. 9)

APRENDER

[...] aprender no es simplemente apropiarse de algo o asimilar algo, sino que es el proceso mismo en que se forman nuestras capacidades humanas." (RADFORD, 2006, p. 114)

Aprender es, en esta perspectiva, reconocerse en tanto que ser histórico, cultural, político, responsable [...] (RADFORD, 2011, p. 76)

[...] Aprender, creemos, es mucho más que hacer como hacen los demás. Aprender es más que entrenamiento o participación. (...) (RADFORD, 2014, p. 139)

APRENDER MATEMÁTICAS

[...] aprender matemáticas no es simplemente aprender a hacer matemáticas (resolver problemas) sino aprender a ser en matemáticas. La diferencia entre hacer y ser es inmensa y, [...], tiene consecuencias importantes no solamente en el diseño de las actividades sino en la organización misma de la clase y el papel que allí juegan alumnos y profesores. (RADFORD, 2006, p. 114)

[...] el aprendizaje de las matemáticas como la adquisición comunitaria de una forma de reflexión del mundo guiada por modos epistémico-culturales históricamente formados. (RADFORD, 2006, p. 124)

APRENDIZAJE

[...] el aprendizaje se define como el resultado de procesos de objetivación. Y como los sistemas de pensamiento (matemáticos, etc.) siempre se revelan parcialmente, estos procesos son siempre interminables, y por lo tanto también lo es el aprendizaje." (RADFORD, 2018, p. 9)

[...] el aprendizaje, tal como se definió anteriormente, incluye un componente emocional y afectivo. [...] Las emociones son componentes ontológicos constitutivos de nosotros, los humanos, como parte de la naturaleza. El afecto, es decir, la capacidad de ser afectado por las cosas de nuestro entorno, por otro lado, también es parte de nuestra constitución humana. La implicación educativa es que en lugar de ser un esfuerzo puramente mental, el aprendizaje de las matemáticas implica

emociones y afecto en maneras que nos afectan profundamente como seres humanos. Por eso las aulas no sólo producen saberes, sino también subjetividades.” (RADFORD, 2018, p. 9)

Para la teoría de la objetivación, el aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento. Se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura. La adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados. [...] (RADFORD, 2006, p. 113)

El aprendizaje consiste en aprender a notar o percibir esos estratos de generalidad [ver definición de enseñanza]. Como el aprendizaje es re-flexión, aprender supone un proceso dialéctico entre sujeto y objeto mediatizado por la cultura, un proceso en el que, a través de su acción (sensorial o intelectual) el sujeto nota o toma conciencia del objeto. (RADFORD, 2006, p. 116)

[...] la teoría de la objetivación propone una didáctica anclada en principios en los que el aprendizaje es visto en tanto que actividad social (praxis cogitans) arraigada en una tradición cultural que la antecede. (RADFORD, 2006, p. 123)

[...] el aprendizaje es el acto intersubjetivo y emocional de (re)conocimiento y creación del ser y del saber en el evento de su aparición. (RADFORD, 2013b, p. 10)

(...) los dos ejes sobre los cuales, según nosotros, reposa el aprendizaje: ha habido un reconocimiento de formas histórico-culturales de pensar algebraicamente las ecuaciones, y ha habido un posicionamiento subjetivo de los alumnos y del profesor en el espacio público en que todos ellos han convertido el aula –espacio público que los griegos llamaban la polis. (RADFORD, 2013b, p. 12)

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

[...] el aprendizaje significativo de la enseñanza-aprendizaje busca:

- (1) promover comprensiones conceptualmente profundas y culturalmente variadas de las matemáticas, y
- (2) crear espacios de reflexión crítica en el aula de manera que haya un crecimiento subjetivo socialmente responsable del alumno. (RADFORD, 2013b, p. 7)

APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA SIGNIFICATIVOS

El término ‘Aprendizaje y enseñanza significativos’ hace referencia a aquellas formas pedagógicas de acción que conllevan:

- (1) a una comprensión profunda de los conceptos matemáticos y
- (2) a la creación de un espacio político y social dentro del cual puedan desarrollarse subjetividades reflexivas, solidarias y responsables.

La comprensión y la producción de saberes y subjetividades en el aula, así como la identificación de formas pedagógicas de acción que conlleven a una enseñanza y aprendizaje significativos son dos de los objetivos de la teoría de la objetivación. (RADFORD, 2014, p. 136)

ARTEFACTOS

[...] Los artefactos no son meras ayudas al pensamiento (como lo plantea la psicología cognitiva) ni simples amplificadores, sino partes constitutivas y consustanciales de éste. Se piensa con y a través de los artefactos culturales, de manera que hay una región externa que, parafraseando a Voloshinov (1973), llamaremos el territorio del artefacto. [...] (RADFORD, 2006, p. 107)

AUTONOMÍA

[...] para la teoría de la objetivación, la autonomía no es suficiente para dar cuenta de la forma de ser en matemáticas. El alumno que resuelve con éxito problemas, pero que es incapaz de explicarse o de entender o interesarse en las soluciones de los otros o de ayudar a los otros a comprender la suya está apenas a medio camino de lo que entendemos por éxito en matemáticas. [...] (RADFORD, 2006, pp. 117-118)

[...] La idea de autonomía como ser autosuficiente es remplazada por la idea de ser-con-otros. En vez de concebir la clase como espacio de negociación personal de significados o como medio que enfrenta al alumno, la clase colabora y coopera con el alumno para que éste se convierta en parte de la comunidad. (RADFORD, 2006, p. 118)

COGNICIÓN

[...] Para los socioculturalistas, el concepto de adaptación (entendido como conocimiento viable o como solución óptima a una situación) es insuficiente para dar cuenta de la producción y apropiación del conocimiento. Una de las razones es que los socioculturalistas consideran la cognición no como resultado de estructuras epistémicas que trascienden la cultura, sino como una forma cultural e históricamente constituida de reflexión y acción incrustada en prácticas sociales, mediatizadas por el lenguaje, la interacción social, los signos y artefactos [...]. (RADFORD, 2011, p. 73)

COMPROMISO HACIA LOS DEMÁS

El compromiso hacia los demás es la promesa y su aplicación de hacer todo lo posible, en el transcurso de la labor conjunta, en la realización de la “obra común” — eso que profesores y estudiantes producen juntos en el aula, trabajando hombro con hombro (por ejemplo, una o varias maneras de plantear y/o resolver un problema, realizar una demostración, etc.). (RADFORD, 2020c, pp. 35-36)

CONCIENCIA

La conciencia, nos dice Leont’ev, está directamente relacionada con la actividad del individuo: “La actividad del individuo constituye la substancia de su conciencia” [...]. La realización del sujeto está, pues, íntimamente ligada a su propia conciencia, la que, al mismo tiempo, está ligada a la manera en que la actividad o labor es realizada, esto es, a sus características. (RADFORD, 2014, p. 144)

CONOCIMIENTO [KNOWING]

El conocimiento es, me gustaría sugerir, la instanciación o actualización del saber.

Ahora, cuando establecemos que el conocimiento es la instanciación o actualización de algo ya allí, el riesgo de ser mal interpretado es ciertamente alto. El conocimiento podría parecer como una simple repetición. Por supuesto, esto no es cierto. Si el conocimiento fuera una simple repetición, el saber sería algo estático. No habría la más mínima posibilidad para que el saber evolucione. Aún, como nuestro ejemplo de Hipsicles y Diofanto muestra, el último no es simplemente una repetición del primero. Así cuando sugiero que el conocimiento es la instanciación o actualización del saber, lo que debe ser entendido es:

- (1) el sentido del saber es algo general;
- (2) el proceso de su actualización y
- (3) el resultado de su actualización.

Para comprender estos tres aspectos interrelacionados del saber y del conocimiento, debemos mantener en mente que el saber es algo general que no puede ser igualado con cualquiera de sus instanciaciones o actualizaciones es afirmar que el saber es una mera posibilidad. (RADFORD, 2013a, p. 16)

CUIDADO DEL OTRO

El cuidado del otro es una relación de orden pre-conceptual o pre-racional [...]. No es un acto de condescendencia, o un acto paternal que consistiría en simplemente ocuparse de alguien, Es una forma de estar-con-otro. La práctica del cuidado del otro va reposar en la constitución de las sensibilidades o capacidades humanas a las que Marx (1988) hace referencia, en particular la sensibilidad de la atención y del reconocimiento del otro y sus necesidades. Aunque el cuidado del otro abre la posibilidad de vernos a nosotros mismos en el otro; de reconocer nuestra vulnerabilidad en la vulnerabilidad del otro (RADFORD, 2018b), la importancia del cuidado del otro es de jalarnos y arrastrarnos poderosamente hacia el mundo y de posicionarnos allí, con-el-otro, de hacer pivotar nuestro centro para centrarnos en la experiencia del otro. (RADFORD, 2020c, p. 36)

CULTURA

Uno de los papeles de la cultura [...] es sugerir a los alumnos formas de percibir la realidad y sus fenómenos, formas de apuntar (viser), como diría Merleau-Ponty (1945), o formas de intuición, como diría Husserl (1931). (RADFORD, 2006, p. 18)

CURRÍCULO

[...] Popkewitz (2004), por ejemplo, ha mostrado muy claramente como el currículo no es simplemente una fuente en la que el alumno encuentra un saber, o una fuente de sugerencias para construir un saber. El currículo produce al alumno: como mecanismo de la institución escolar, el currículo establece y promueve estándares de éxito y fracaso. A través de sus mecanismos sutiles de funcionamiento, el currículo construye al sujeto como solucionador autónomo de problemas (autonomous problem solver). (RADFORD, 2014, p. 143)

[...] El currículo no debe ser prescriptivo en el sentido de la normalidad opresiva. El currículo debe ser un punto de referencia. Más que un documento a seguir, un currículo debería ser un punto de partida para que los individuos en ciertas localidades, en ciertas comunidades, reflexionen respecto a ellos y el mundo. Un currículo es un artefacto impulsado por dos fuerzas opuestas. Por un lado, una fuerza centrípeta, que busca identificar elementos comunes (ideas, conceptos, maneras de hacer, maneras de ser); por otro lado, una fuerza centrífuga, que apunta a la diferencia. En este sentido, un currículo es un artefacto dinámico, portador de tensiones. Esas tensiones hacen parte de la naturaleza del currículo y, sin ellas, no podría ser un artefacto cultural genuino, crítico, abierto o susceptible de ser transformado continuamente. El problema es que, en

general, el currículo es visto como una entidad cerrada, estática y tiende a ser transformado en un instrumento de control, constituyéndose en receta, en una serie de pasos a ser seguidos. (RADFORD en MORETTI y otros, 2015, p. 258)

DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Desde el punto de vista histórico, la didáctica de las matemáticas emergió como resultado de las necesidades sociales y económicas que planteaba la modernización del mundo europeo a fines del siglo XIX y principios del siglo XX. Dichas necesidades llevaron a una reformulación de contenidos y métodos de enseñanza. De esa cuenta, la didáctica de las matemáticas apareció no como un apéndice de las teorías pedagógicas generales sino como reflexión relativamente autónoma alrededor de nuevos contenidos curriculares.

[...]

La emergencia de lo que llamamos hoy en día la didáctica de las matemáticas fue, no obstante, un proceso lento. Y así ha sido su evolución a lo largo de su existencia. [...] (RADFORD, 2011, p. 63)

Para la TO la didáctica no puede ser reducida a la difusión de saberes disciplinarios, como sugiere, por ejemplo, la Teoría de las Situaciones. Dentro del contexto político y social de las sociedades globalizadas y multiétnicas, la educación no puede limitarse solamente a la transmisión de saberes. Para responder a las exigencias del mundo contemporáneo, las didácticas disciplinarias, y la didáctica de las matemáticas en particular, deben ocuparse tanto del saber como del ser. (RADFORD, 2011, p. 74)

DIMENSIÓN SOCIAL

[...] la dimensión social no es un instrumento al servicio de la conceptualización. La dimensión social no es mediadora del aprendizaje. Es parte entera del aprendizaje. La dimensión social, la dimensión de la transformación de los estudiantes y profesores, es un fin en sí. (RADFORD, 2020c, p. 31)

EJES DE LA LABOR CONJUNTA

La idea de la actividad en el aula como labor conjunta nos ofrece una alternativa para pensar en nuevas formas histórico-culturales no alienantes de enseñanza y aprendizaje. Para ir más allá, es necesario redefinir los dos ejes que organizan toda actividad de aula:

1. el eje de las formas de producción de saberes, y
2. el eje de las formas de colaboración humana. (RADFORD, 2020c, p. 26)

EMOCIONES

[...] no son vistas como un componente adicional del pensamiento. Por el contrario, siguiendo una idea de Vygotsky, consideramos las emociones como una parte omnipresente del pensamiento. En esta línea de pensamiento, las emociones no son reliquias de nuestro pasado filogenético que hay que dominar para pensar correctamente. Las emociones son componentes ontológicos constitutivos de nosotros, los humanos, como parte de la naturaleza. [...] (RADFORD, 2018, p. 9)

ENSEÑANZA

La enseñanza consiste en poner y mantener en movimiento actividades contextuales, situadas en el espacio y el tiempo, que se encaminan hacia un patrón fijo de actividad reflexiva incrustada en la cultura.

Ese movimiento, que podría expresarse como el movimiento del proceso al objeto [...], posee tres características esenciales. Primero, el objeto no es un objeto monolítico u homogéneo. Es un objeto compuesto de estratos de generalidad [...] Segundo, desde el punto de vista epistemológico, dichos estratos serán más o menos generales de acuerdo con las características de los significados culturales del patrón fijo de actividad en cuestión (por ejemplo, el movimiento kinestésico que forma el círculo; la fórmula simbólica que lo expresa como conjunto de puntos a igual distancia de su centro, etc.). Tercero, desde el punto de vista cognitivo, dichos estratos de generalidad son notadas de manera progresiva por el alumno. El “¡Aha!” que se convirtió tan popular en parte gracias a la teoría de la Gestalt es a lo sumo cierto en tanto que punto final de un largo proceso de toma de conciencia. (RADFORD, 2006, pp. 115-116)

ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

[...] conceptualizamos la enseñanza y aprendizaje no como dos procesos distintos, sino como como el trabajo conjunto sensible, material y conceptual de estudiantes y profesores encaminado a la creación de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas histórico-culturalmente constituidas.

Dentro de esta perspectiva la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no es visto como la simple difusión del conocimiento. La enseñanza-aprendizaje no es solamente un esfuerzo orientado hacia la dimensión del saber. La enseñanza-aprendizaje debe ser un esfuerzo orientado tanto hacia el saber como al ser. Es por ello que planteamos la enseñanza-aprendizaje como un trabajo conjunto que va más allá de la familiarización y adquisición de un contenido disciplinario y añadimos la dimensión del ser como una dimensión fundamental educativa (RADFORD, 2008). En efecto, los actos de enseñanza-aprendizaje no producen solamente saberes. Dichos actos producen subjetividades también. Lo que sostenemos es que, desde un punto de vista ontológico, ser y saber son dos procesos constitutivos entrelazados [...]. En consecuencia, deberíamos poner atención y tratar de entender las formas de producción del saber y de subjetividades en el aula y promover aquellas que prometen un aprendizaje significativo de las matemáticas. [...]. (RADFORD, 2013b, pp. 6-7)

La enseñanza y el aprendizaje también producen subjetividades. Como consecuencia, deberíamos hacer un esfuerzo para entender las producciones de saberes y de subjetividades en el aula y promover aquellas formas de acción pedagógica que pueden llevar a una enseñanza y aprendizaje significativo, es decir, no alienante. (RADFORD, 2014, p. 136)

[...] podemos reformular la enseñanza y aprendizaje no como dos procesos distintos, sino como labor conjunta en el sentido hegeliano. Lo que decimos en la teoría de la objetivación es que, desde el punto de vista de lo que ocurre en la escuela, enseñanza y aprendizaje no son dos actividades separadas, una llevada a cabo por un profesor que guía al alumno, la otra por un alumno que hace las cosas por sí y para sí mismo, sino como una sola e inseparable actividad—una para la cual Vygotsky utilizaba el término ruso *obuchenie*. En este contexto, la enseñanza-aprendizaje es la expresión de una forma de vida: una labor conjunta que ocurre en un espacio socio-político al interior del cual tienen lugar el conociendo (“knowing”) y el volviéndose (“becoming”), esto es volviéndose sujeto en tanto que proyecto histórico-social siempre inconcluso, siempre en movimiento. (RADFORD, 2014, p. 138)

[...] la enseñanza-aprendizaje es una misma actividad, una misma labor, y que esta puede ser fuente de realización propia y social o puede ser alienante. (RADFORD, 2014, p. 143)

ENTRELAZAMIENTO DE LOS PROCESOS DE OBJETIVACIÓN Y SUBJETIVACIÓN

[...] La aparición simultánea de los procesos de objetivación y de subjetivación se debe a que están entrelazados entre sí: en un proceso de subjetivación, al tratar de posicionarse en una práctica matemática, los estudiantes recurren a saberes matemáticos. Y es aquí donde los procesos de objetivación entran en juego. Recíprocamente, al involucrarse en un proceso de objetivación —tratando de encontrar el saber cultural— los estudiantes son llevados a posicionarse frente al saber, y este posicionamiento es parte de los procesos de subjetivación. [...] (RADFORD, 2020a, p. 38)

ESCUELA

[...] la escuela (al menos la escuela como institución ideológica central en el mundo occidental) es vehiculadora de formas de ser y productora decisiva de subjetividades. (RADFORD, 2014, p. 146)

ESTAR-CON-SU-GRUPO

[...] esto es, que el alumno por ejemplo esté atento a lo que el grupo está discutiendo, solicite explicaciones que le permitan seguir la discusión y las acciones, colabore con su grupo, etc. (RADFORD, 2006, p. 118)

ESTUDIANTE

[...] el estudiante es visto como alguien que, a través de sus actividades, llega a ocupar un espacio en el mundo social (en particular en el aula) y a ser una perspectiva en él. El llegar a ser presencia es un movimiento dialéctico entre la cultura y el individuo. La naturaleza dialéctica de este movimiento nos lleva a concebir a los estudiantes (y a los individuos, en general) como entidades en flujo —entidades que co-produciéndose continuamente en el contexto de la historia, encuentran en su cultura la materia prima de su propia existencia. [...] (RADFORD, 2018, p. 10)

ÉTICA

Retenemos, pues, de esta corta discusión sobre la ética la concepción postmoderna que la concibe como un punto de mira que orienta la acción humana concreta. Ricœur usa el término francés *visée*, que incluye elementos como “meta”. Pero más que ser la meta o el objetivo de la acción en sí, *visée* hace referencia, en el contexto de la ética que propone Ricœur, al propósito de la acción, la mirada, la intención naciente de ésta, apenas o quizás ni siquiera consiente, que apunta a algo – a algo “bueno” como insiste Ricœur. (RADFORD y LASPRILLA, 2020, p. 111)

ÉTICA COMUNITARIA

[...] hemos logrado conformar una serie de expectativas que formulamos en términos de una ética comunitaria en la que los miembros del aula:

- Participan activamente en el espacio público
- Muestran una apertura de espíritu en las discusiones y debates
- Se muestran solidarios con los otros alumnos
- Laboran hacia la constitución de una conciencia crítica. (RADFORD, 2013b, p. 8)

Nuestro trabajo en los últimos años ha estado dirigido hacia la formulación de una ética que llamamos comunitaria y que está centrada en la responsabilidad, en el compromiso hacia los demás y el cuidado del otro. Estos tres vectores vienen a configurar la estructura esencial de la subjetividad. (RADFORD, 2020c, p. 35)

FASES DE LA LABOR CONJUNTA

1) el trabajo en pequeños grupos, 2) intercambio entre pequeños grupos, 3) discusiones entre grupos y discusiones generales

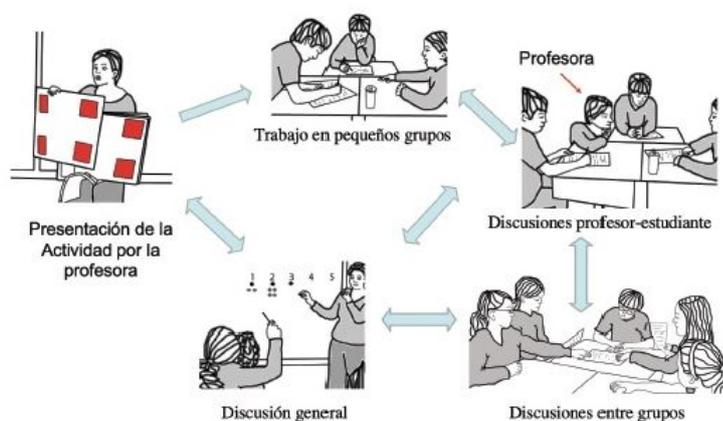


FIGURA 1
Fases de la labor conjunta
RADFORD, 2020c, p. 30

FINES DE LAS ACCIONES

Dentro del proyecto didáctico de la clase, para que dicho objetivo [de la actividad] se pueda realizar, el profesor propone a los alumnos una serie de problemas matemáticos. Resolver esos problemas se convierte en fines que guían las acciones de los alumnos. Estos problemas -cargados desde el principio con un contenido cultural y conceptual- forman trayectorias potenciales para alcanzar el objetivo [de la actividad]. (RADFORD, 2006, p. 114)

FORMAS DE PRODUCCIÓN [MODOS DE PRODUCCIÓN]

[...] hacen referencia a los medios materiales e intelectuales que emplean los miembros de una cultura en la producción y reproducción de su vida [...]. (RADFORD, 2013b, p. 5)

En la orientación neoliberal tomada por las sociedades contemporáneas, el énfasis es puesto en el avance material en detrimento de la dimensión social y ética de la existencia humana [...]. Y como las organizaciones políticas liberales transponen o exportan sus relaciones y modos de producción capitalistas a la escuela [...], no es sorprendente que los modos de producción del saber en aula sean conceptualizados a través de los lentes utilitaristas del mercado y del negocio [...]. Como resultado, alumnos y maestros son conceptualizados, implícita o explícitamente, como propietarios privados: los alumnos construyen su propia riqueza (en este caso, su propio saber); alumnos y profesores intercambian sus ideas (como se intercambian mercaderías en el Mercado), alumnos y profesores negocian sus significados; los alumnos obtienen créditos por su trabajo, etc. En la transposición del paradigma del mercado a la escuela, la escuela funciona como un sistema bancario [...]. (RADFORD, 2013b, pp. 5-6)

INDIVIDUO

[...] La TO acude a un concepto diferente del individuo, en el cual éste no es visto como sitio “de intenciones autorales o atributos naturales o incluso una conciencia privilegiada y separada” (ALCOFF, 1988, p. 415). Al contrario, los individuos

son concebidos como entidades en flujo, quienes, co-produciéndose continuamente en el contexto de la historia, encuentran en su cultura la materia prima de su propia existencia (RADFORD, 2018b). Tanto el individuo como la cultura son entidades coexistentes en perpetuo cambio, una convirtiéndose continuamente en la otra y viceversa. [...] (RADFORD, 2020c, p. 22)

[...] En la TO, el individuo es una entidad histórico-cultural que va más allá de la piel; es relacional de principio a fin. Está profundamente vinculada a un conjunto de relaciones materiales e inmateriales con otras partes de la naturaleza—incluidas las relaciones sociales—y se basa en condiciones de vida cultural e históricamente constituidas. (RADFORD, 2020c, p. 24)

INDIVIDUO QUE APRENDE

[...] nuestra posición teórica respecto al aprendizaje conlleva a un replanteamiento del concepto del individuo que aprende. Como lo hemos mencionado, el concepto de individuo de la era moderna que aparece con la emergencia del capitalismo en los siglos XV y XVI, está fundamentado en el concepto de autonomía y de libertad. La teoría de la objetivación parte de otro punto y ofrece un concepto diferente: el individuo es individuo en tanto que es ser-con-otros. (RADFORD, 2006, p. 125)

LABOR [TRABAJO, ACTIVIDAD]

[...] la labor o trabajo no consiste simplemente en la satisfacción de las necesidades humanas [...]. Es claro que a través de la labor, los individuos satisfacen sus necesidades básicas de subsistencia. Pero la labor es mucho más: es una forma social de acción conjunta que incluye nociones de expresión del sujeto que labora, “de desarrollo racional y de placer estético” [...]. Es a través de la labor o trabajo que los individuos se desarrollan y se transforman continuamente. Marx hace referencia a la labor como la expresión de una forma de vida, como la expresión a la vez subjetiva y cultural del sujeto [...].

Para resumir lo dicho anteriormente, de acuerdo con la teoría de la objetivación, el principio principal es el de labor o trabajo en el sentido dialéctico materialista. Es a través de la labor que encontramos al Otro y al mundo en sus dimensiones conceptuales y materiales. Es a través de la labor que encontramos los sistemas de ideas de la cultura: sistemas de ideas científicas, legales, artísticas, etc. Es también a través de la labor que encontramos formas culturales de ser.

En su sentido ontológico, la labor significa alteridad—el encuentro de eso que no soy yo, y que al encontrarlo, me transforma. Pues estamos hechos tanto de sangre y huesos, como de historia y relaciones sociales y culturales. (RADFORD, 2014, pp. 136-137)

[...] En la Introducción a la crítica de la economía política, Marx sugiere que la labor puede verse en términos de dos grandes categorías:

- 1) La primera categoría tiene que ver con las formas históricas y culturales de interacción humana (en los términos de Marx, las relaciones de producción).
- 2) La otra categoría tiene que ver con la manera de producir de los individuos (en los términos de Marx, los modos de producción). (RADFORD, 2014, p. 144)

LABOR CONJUNTA

La labor conjunta es la categoría principal de la teoría de la objetivación. Su papel central deriva de una concepción antropológica materialista dialéctica de lo humano. Siguiendo a Spinoza (1989), los humanos son considerados parte de la naturaleza: son seres naturales. Como todos los demás seres vivos naturales, los seres humanos son seres de necesidad que encuentran su satisfacción en objetos fuera de sí mismos. (RADFORD, 2020c, p. 23)

Es una labor en el que ambos, profesores y estudiantes, se afirman en su producción y se realizan como seres humanos en lo que hacen. No es la ética de la obediencia. Tampoco se trata de la ética constructivista de la libertad y la autonomía del estudiante, sino de lo que hemos llamado una ética comunitaria (RADFORD, 2020b), definida por la responsabilidad, la solidaridad y el cuidado del otro. La labor conjunta es, por tanto, el término que buscábamos para denominar este tipo de actividad (Tätigkeit) que no es alienante. Su característica es la práctica de una ética comunitaria. En la TO, es esta ética la que guía la acción didáctica en el aula. (RADFORD, 2020b, p. 28)

MATEMÁTICAS

Como Spengler (1948, p. 68 y p. 70) sugería hace muchos años, las matemáticas de una cultura no son sino el estilo de la forma con que el hombre percibe su mundo exterior y que, contrario a la idea común, la “esencia” de éstas no es culturalmente invariable. Es precisamente la diversidad cultural la que explica la existencia de universos de números tan diferentes como irreducibles unos a otros (ibid. p. 68). (RADFORD, 2006, p. 110)

[...] las matemáticas no son un discurso sobre verdades ni un simple instrumento de dominación de la naturaleza. Mientras que la primera versión de las matemáticas se ubica dentro de la tradición ontológica griega, la segunda se ubica dentro de la tradición científica que empezó con Leonardo da Vinci y Galileo en el Renacimiento y que, centrándose en la dimensión tecnológica, terminó por convertir las matemáticas en una disciplina altamente técnica de donde desaparece o

queda eclipsado el sujeto histórico y social. Han sido varios los filósofos que se opusieron históricamente a la tecnologización de las matemáticas, entre ellos, Heidegger y Hegel. Para dar un ejemplo, Hegel teme que el lenguaje calculatorio al que la matemática ha sido reducida no pueda aportar sino una vista exterior de la cosa de la que se habla. Como dice el famoso filósofo hegeliano francés, Jean Hyppolite, “Esta comprensión o entendimiento que triunfa en las matemáticas es una reflexión exterior a la cosa... El sentido —que es el concepto mismo— es destituido por el cálculo” [...]. El problema, como Hegel lo ve e Hyppolite nos lo recuerda, consiste en centrarse en un lenguaje formalizante inexpresivo del cual se borra toda traza subjetiva y, por ende, se borra al sujeto mismo.

Nuestra propuesta no consiste en abandonar el simbolismo matemático. Nuestra propuesta consiste en entender las matemáticas como actividad, o como trabajo conjunto (diacrónico y sincrónico). Ver las matemáticas como actividad significa verla como acciones por y entre sujetos que interactúan y reflexionan mutuamente. Ver las matemáticas como actividad realizada por individuos nos lleva necesariamente a verla también como hecha de una dimensión subjetiva en la que individuos se posicionan ante discursos y prácticas sociales. Es por ello que las matemáticas (y su enseñanza-aprendizaje) incluyen una dimensión que tiene que ver con el individuo que las practica (el matemático, el alumno, el profesor ...)

Concibiendo las matemáticas como una actividad objetiva y subjetiva (objetiva en el sentido que hay una normatividad histórico-cultural que guía las formas de acción y reflexión matemática que trascienden al sujeto que practica y aprende las matemáticas; subjetiva en el sentido que las matemáticas incluyen al sujeto que la practica), uno de los problemas que se plantean desde el punto de vista educativo es el de identificar las formas de reflexión matemática que se propone en el aula y las formas de interacción y cooperación entre individuos. [...] (RADFORD, 2013b, pp. 7-8)

METODOLOGÍA

[...] Incumbe a la metodología ofrecer lineamientos claros para el diseño de actividades de aprendizaje y secuencias didácticas, así como para interpretar los fenómenos educativos que están siendo estudiados. La metodología incluye, pues, un proceso de diseño de lecciones, así como un proceso de producción de eventos y su interpretación teórica. Entramos, aquí, al punto (2) mencionado arriba. En efecto, respecto al punto (2), cabe mencionar que no es suficiente ofrecer conceptos sólidos del saber y del aprendizaje. Se requiere, además, una articulación coherente entre estos conceptos. Es aquí donde la metodología viene a desempeñar el papel de “puente” entre los conceptos de saber y de aprendizaje. (RADFORD, 2020a, p. 28)

MODOS DE PRODUCCIÓN [FORMAS DE PRODUCCIÓN]

Los modos de producción (Produktivkräfte, a veces traducidos como fuerzas productivas) hacen referencia a todos aquellos medios materiales e intelectuales que los miembros de una cultura ponen en juego en procesos de producción y reproducción de la vida. Los modos de producción no son simplemente objetos materiales; un simple objeto material como tal no es productivo, pues para serlo, debe usarse dentro de alguna actividad productiva. Como dice Dupré, “Ni la materia bruta ni los instrumentos constituyen la fuerza económica hasta que son integrados dentro de un sistema social” [...]. Los modos de producción incluyen saberes, habilidades y aspectos técnicos de colaboración.

Los modos de producción son procedimientos culturales de producción y reproducción de la vida material y espiritual. (RADFORD, 2014, p. 144)

OBJETIVACIÓN

El término “objetivación” trata de expresar la idea de que, al momento de nuestro nacimiento, cada uno de nosotros (usted, yo, su vecino, etc.) se vio frente a un mundo habitado no solamente por personas y objetos sino también por sistemas de pensamiento cultural e históricamente constituidos. Estos sistemas ya estaban en nuestra cultura. Al principio, esos sistemas nos objetan, es decir, nos presentan resistencia, nos presentan oposición. En otras palabras, nos aparecen como algo que no somos nosotros, como una forma de alteridad. La objetivación es nuestro encuentro con ellos. Y como tal encuentro no es algo que ocurre de repente, en lugar de usar simplemente el término objetivación, preferimos hablar de procesos de objetivación. (RADFORD, 2018, p. 8)

[...] Nuestro encuentro con sistemas de pensamiento cultural e históricamente constituidos (por ejemplo, matemáticos, científicos, estéticos, legales, etc.) es lo que llamamos objetivación. (RADFORD, 2020c, p. 20)

La objetivación es, precisamente, ese proceso social de toma de conciencia progresiva del eidos homérico, esto es, de algo frente a nosotros una figura, una forma algo cuya generalidad notamos gradualmente, al mismo tiempo que la dotamos de sentido. Es ese notar que se desvela en el gesto que cuenta o que señala, notar que se descubre en la intención que se plasma en el signo o en el movimiento kinestésico que mediatiza el artefacto en el curso de la actividad práctica sensorial, algo susceptible de convertirse en acción reproducible, cuyo significado apunta hacia ese patrón eidético fijo de acciones incrustadas en la cultura que es el objeto mismo. (RADFORD, 2006, p. 116)

[...] Objetivación para Hegel tiene un sentido fenomenológico: algo que está allí y que aparece frente al sujeto. Es esto lo que dice la etimología del término objetivación, que viene de ob-jeto, algo que me objeta, que, con su presencia, me pone resistencia.

La teoría de la objetivación adopta el sentido Hegeliano de objetivación y se presenta, en consecuencia, como una teoría fenomenológica. (RADFORD, 2014, p. 141)

Cuando decimos que la objetivación es un proceso emocional estamos ya aludiendo al hecho que el sujeto que participa en la objetivación es un sujeto concreto y no el sujeto epistémico abstracto de otras teorías (como la de Piaget y la teoría de situaciones). Es un sujeto que siente, goza y sufre. No es un puro sujeto psicológico o cognitivo [...]. Es un sujeto en formación, o en constitución. No un sujeto ya hecho que viene a tomar del medio lo que quiere y le interesa, sino un sujeto que es fabricado y que se fabrica al participar en las actividades sociales de su cultura. [...] (RADFORD, 2014, p. 142)

OBJETIVO DE LA ACTIVIDAD

Un elemento central en el concepto de actividad es el objetivo de la misma [...]. El objetivo puede ser, por ejemplo, que los alumnos elaboren una fórmula algebraica en el contexto de una generalización aritmética, que aprendan un método algebraico de resolución de problemas, que aprendan a demostrar proposiciones geométricas, etc. Aunque el objetivo es claro para el profesor, en general éste no lo es para los alumnos. Si el objetivo fuese claro para estos últimos, no habría nada por aprender. (RADFORD, 2006, p. 114)

OBJETIVO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

[...] un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas constituidas históricamente y culturalmente, y que reflexionan sobre nuevas posibilidades de acción y pensamiento. (RADFORD, 2020c, p. 29)

OBJETIVO ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

[...] el objetivo mayor de la enseñanza de las matemáticas es que el alumno aprenda a reflexionar de acuerdo con ciertas formas culturales de pensamiento históricamente constituidas que la distinguen de otras formas de reflexión (por ejemplo de tipo literario o musical) en la medida en que en la reflexión matemática, la relación del individuo con el mundo enfatiza ideas en torno a la forma, el número, la medida, el tiempo, el espacio, etc. Es este énfasis el que distingue el pensamiento matemático de otras formas de pensamiento. (RADFORD, 2006, p. 115)

De manera más específica, la teoría de la objetivación plantea el objetivo de la educación matemática como un esfuerzo político, social, histórico y cultural cuyo fin es la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas matemáticas constituidas históricamente y culturalmente. (RADFORD, 2014, pp. 135-136)

OBJETO MATEMÁTICO

El objeto matemático, concebido como patrón o patrones fijos de actividad reflexiva incrustados en el mundo constantemente en cambio de la práctica social, no podrá ser percibido, sino es a través de la actividad reflexiva misma. (RADFORD, 2006, p. 114)

PENSAMIENTO

La teoría de la objetivación parte de una posición no mentalista del pensamiento y de la actividad mental. Dicha teoría sugiere que el pensamiento es una praxis cogitans, esto es una práctica social (Wartofsky, 1979). De manera más precisa, el pensamiento es considerado una reflexión mediada del mundo de acuerdo con la forma o modo de la actividad de los individuos. (RADFORD, 2006, p. 107)

El pensamiento es una re-flexión, es decir, un movimiento dialéctico entre una realidad constituida históricamente y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios. (RADFORD, 2006, p. 108)

La naturaleza mediada del pensamiento se refiere al papel, en el sentido vygotskiano que juegan los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.) en la realización de la práctica social (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Los artefactos ni son meramente ayudas para el pensamiento ni simples amplificadores, sino más bien partes constitutivas y consubstanciales del pensamiento. (RADFORD, 2008, p. 218)

El Pensamiento como Re-flexión La naturaleza reflexiva del pensamiento significa que el pensamiento del individuo ni es una simple asimilación de una realidad externa (como sugieren los empiristas y los conductistas) ni una construcción ex nihilo (como afirman ciertas escuelas constructivistas). El pensamiento es una re-flexión, esto es, un movimiento dialéctico

entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (así como la modifica) según sus propias interpretaciones subjetivas, acciones y sentimientos.

Uno de los papeles de la cultura es sugerir maneras de percibir la realidad y sus fenómenos a los estudiantes: literalmente, maneras de intención (maneras de ver) como diría Merleau-Ponty (1945), o maneras de intuir, como lo propondría Husserl (1931). En términos más generales, la reflexividad del pensamiento, desde el punto de vista filogenético, consiste en individuos dando origen al pensamiento y a los objetos que el pensamiento crea. Sin embargo, al mismo tiempo, desde el punto de vista ontogenético, el pensamiento de los individuos está, desde su inicio, subsumido en su realidad cultural y en los conceptos históricamente formados que encuentran en su ambiente. Así es cómo originamos el pensamiento, pero al mismo tiempo se convierte en algo subsumido por este [...]. (RADFORD, 2008, p. 219)

PENSAR

[...] pensar no es algo que simplemente nos ponemos a hacer, de forma más o menos antojadiza, en el transcurso del cual de repente encontramos una buena idea. Si bien es cierto que la actividad práctica sensual, mediatizada por los artefactos, entra en los procesos del pensamiento, en su propio contenido, la manera en que esto ocurre está sujeta a los significados culturales en los que se sostiene la actividad. (RADFORD, 2006, p. 109)

PODER

En la teoría de la objetivación, [...] la cuestión de poder, que es inevitable por la asimetría de la distribución del saber en el aula, es tomado con respeto y responsabilidad. [...] (RADFORD, 2013b, p. 12)

POSICIÓN EPISTEMOLÓGICA

Cualquier teoría didáctica debe en un momento u otro (a menos de confinarse voluntariamente a una especie de posición ingenua) clarificar su posición ontológica y epistemológica. [...] La posición epistemológica consiste en precisar la manera en que, según la teoría, esos objetos [los objetos matemáticos] pueden (o no) llegar a ser conocidos. (RADFORD, 2006, p. 109)

POSICIÓN ONTOLÓGICA

Cualquier teoría didáctica debe en un momento u otro (a menos de confinarse voluntariamente a una especie de posición ingenua) clarificar su posición ontológica y epistemológica. La posición ontológica consiste en precisar el sentido en que la teoría aborda la cuestión de la naturaleza de los objetos conceptuales (en nuestro caso, la naturaleza de los objetos matemáticos, su forma de existencia, etc.). [...] (RADFORD, 2006, p. 109)

[...] la teoría de la objetivación se aparta de la ontología platonista y realista, y su concepción de los objetos matemáticos como objetos eternos, anteriores a la actividad de los individuos. Al alejarse de la ontología idealista, la teoría se aleja de la idea de que los objetos son productos de una mente que opera replegada sobre sí misma o según las leyes de la lógica (ontología racionalista). La teoría de la objetivación sugiere que los objetos matemáticos son generados históricamente en el curso de la actividad matemática de los individuos. De manera más precisa, los objetos matemáticos son patrones fijos de actividad reflexiva [...] incrustados en el mundo en cambio constante de la práctica social mediatizada por los artefactos. (RADFORD, 2006, p. 111)

PRESENCIA EN EL MUNDO

Llegar a ser presencia en el mundo hace refiere a la idea del estudiante como alguien que, a través de la actividad en el aula, llega a ocupar un espacio en el mundo social, a posicionarse y a tomar una perspectiva en él. Llegar a ser presencia en el mundo es un movimiento dialéctico entre la cultura y el individuo. [...] (RADFORD, 2020c, p. 22)

PROCESO DE OBJETIVACIÓN

El nombre “objetivación” trata de expresar la idea de que los sistemas de pensamiento cultural e históricamente constituidos que, al nacer, ya existen, en nuestra cultura, pero que aún no hemos encontrado, al principio nos objetan (es decir, nos ponen resistencia, se oponen a nosotros, como una silla a medio camino). Aparecen como algo que no somos nosotros, como una forma de alteridad. La Object-ificación es nuestro encuentro con eso. Y como ese encuentro no es algo que ocurre de repente, en lugar de hablar de objetivación, preferimos hablar de procesos de objetivación.

De manera más precisa, los procesos de objetivación son aquellos procesos sociales, colectivos de toma de conciencia: toma de conciencia progresiva y crítica, de un sistema de pensamiento y acción cultural e históricamente constituido, sistema que gradualmente notamos, y que al mismo tiempo dotamos de sentido. Los procesos de objetivación son aquellos procesos

de notar algo culturalmente significativo, algo que se revela a la conciencia no pasivamente sino por medio de la actividad corpórea, sensible, afectiva, emocional, artefactual y semiótica. (RADFORD, 2020c, p. 20)

PROCESOS DE SUBJETIVACIÓN

[...] aquellos procesos en los que los profesores y los estudiantes se posicionan, mientras que al mismo tiempo son posicionados por otros, apoyados, ineluctablemente, en las redes sociales de la cultura y la historia. (RADFORD, 2020a, p. 37)

[...] los procesos en los que, co-produciéndose a sí mismos en el contexto de la cultura y la historia, los profesores y los alumnos llegan a ser presencias en el mundo. (RADFORD, 2018, p. 9)

PROFESOR

[...] El profesor no aparece como un poseedor de saberes que está entregando o transmitiendo a los estudiantes; o como alguien que va ayudando a los estudiantes a configurar estrategias de aprendizaje. [...] (RADFORD, 2020c, p. 24)

PROFESORES-ESTUDIANTES

[...] Profesores y estudiantes son conceptualizados como proyectos de vida inconclusos y en continua transformación, en busca de sí mismos, comprometidos juntos en el mismo esfuerzo donde sufren, luchan y encuentran placer y satisfacción juntos. (RADFORD, 2018, p. 10)

[...] En las actividades de clase (...), el profesor y los estudiantes laboran juntos hacia la producción de lo que Hegel (2001) llamaba la “obra común”— por ejemplo, la aparición sensual en el aula de una forma algebraica co-variacional de pensar acerca de secuencia numérica o de pensar el espacio euclidianamente o proyectivamente. Es en la producción de esta obra común que se produce el encuentro y la toma de conciencia gradual de las formas de pensamiento matemático constituidas cultural e históricamente. [...] (RADFORD, 2020c, pp. 24-25)

PROYECTO SOCIAL TRANSFORMATIVO

La TO parte de un proyecto social transformativo en el que se busca crear las condiciones de emergencia de una nueva forma de conciencia social, reflexiva, ética, volcada a la creación de una sociedad justa, social y culturalmente inclusiva y digna [...]. La TO plantea la meta de la educación matemática como un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente, y que reflexionan sobre nuevas posibilidades de acción y pensamiento. (RADFORD, 2020a, p. 34)

[...] De ese proyecto deriva la necesidad de imaginar el aprendizaje como proceso que va más allá de los contenidos disciplinarios; deriva también de ese proyecto la necesidad de repensar a los protagonistas de la enseñanza y aprendizaje, es decir, al profesor y al estudiante, lo que la teoría hace a través del concepto de subjetividad inspirado por la filosofía del materialismo dialéctico. [...] (RADFORD, 2020a, p. 38)

RE-FLEXIVIDAD DEL PENSAMIENTO

[...] la re-flexividad del pensamiento consiste en que, desde el punto de vista filogenético, los individuos dan lugar al pensamiento y a los objetos que éste crea. Pero al mismo tiempo, desde el punto de vista ontogenético, en el acto de pensar, un individuo concreto cualquiera es subsumido por su realidad cultural y la historia del pensamiento humano, las cuales orientan su propio pensamiento. “El ser social, dice Eagleton, origina el pensamiento, pero al mismo tiempo es abarcado por éste”. (RADFORD, 2006, p. 108)

[...] la manera en que llegamos a pensar y conocer los objetos del saber está enmarcada por significados culturales que van más allá del contenido mismo de la actividad en cuyo interior ocurre el acto de pensar. Estos significados culturales actúan como enlaces mediadores entre la conciencia individual y la realidad cultural objetiva, y se constituyen en prerrequisito y condición de la actividad individual mental [...]. Dichos significados culturales orientan la actividad y le dan cierta forma. [...] (RADFORD, 2006, pp. 108-109)

RE-FLEXIÓN

Para la teoría de la objetivación, la re-flexión es un movimiento dialéctico entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios. [...] (RADFORD, 2006, p. 123)

RELACIONES DE PRODUCCIÓN

[...] hacen referencia a las formas histórico-culturales de interacción y cooperación entre sujetos. [...] (RADFORD, 2013b, p. 5)

Tres vectores guían nuestras acciones en las relaciones de producción del saber (esto es, en los modos de interacción y cooperación):

El primer vector es el de comprometerse en el trabajo conjunto. El segundo vector es asumir responsabilidad hacia los otros miembros. El tercero es acerca del cuidado del otro.

Responsabilidad, por ejemplo, significa que el alumno se muestra vigilante de la acción del otro sujeto. Esta vigilancia no hay que entenderla en el sentido de Foucault, es decir como toma de distancia. Es exactamente lo contrario: responsabilidad como vigilancia significa una sensibilidad que nos hace conectar con el otro y poder leer signos de incompreensión matemática, frustración, ansiedad, etc., para poder tenderle una mano y ayudarlo. Pero la responsabilidad es recíproca: esto significa que el alumno que empieza a frustrarse o a no entender o a no estar de acuerdo, lo manifiesta a los otros. (RADFORD, 2013b, p. 8)

[...] Las relaciones de producción del saber engloban mecanismos de subjetivación que no son alienantes en la medida en que los alumnos tienen una posibilidad de expresarse y posicionarse críticamente. (RADFORD, 2013b, p. 9)

Las relaciones (o modos) de producción (Produktionsverhältnisse), hacen referencia a las relaciones entre los individuos, sus maneras de interacción. Estas relaciones son las que organizan el contacto entre individuos. Según Godelier, las relaciones de producción se dividen en tres funciones:

- (1) la forma de acceso a los recursos y al control de los medios de producción;
- (2) la redistribución de la fuerza de trabajo de los individuos en los diferentes procesos de trabajo, y
- (3) la determinación de la forma social de la circulación y de la redistribución de los productos del trabajo individual y colectivo [...]. (RADFORD, 2014, p. 144)

RESPONSABILIDAD

[...] responsabilidad significa no solamente aquella que atañe a nuestras propias acciones: responsabilidad significa sobre todo comprender y asumir nuestra posición en una cadena histórica del ser y del saber, y comprometerse en la búsqueda de una realización humana que es más que personal; pues la realización del otro es también la mía. (RADFORD, 2011, p. 76)

La responsabilidad (responsibility) aparece aquí como unión, nexo, vinculación, conexión y enlace con el prójimo, que se expresa en la respuesta (answerability) que hacemos al llamado del otro, llamado que proviene no necesariamente de una formulación lingüística o semiótica, sino de la mera presencia de lo que no somos nosotros mismos. Como Farias Gutiérrez (2015) nos lo recuerda, Lévinas habla del “rostro” del otro: el otro que nos interpela. La responsabilidad es la respuesta a lo que el filósofo noruego Kund Løgstrup (1997) llama la solicitud ética (the ethical demand). (RADFORD, 2020c, p. 35)

SABER

[...] un sistema histórico y culturalmente constituido de procesos corpóreos, sensibles y materiales de acción y reflexión. El saber, tal como se define aquí, cambia de cultura en cultura y con el paso del tiempo. Se produce en la actividad humana y es más que una tecnología para hacer algo. El saber, en efecto, se considera altamente estético, ético, simbólico y político. Por ejemplo, en la comunidad Mazahua de México (de Hann, 1999), el saber acerca de la siembra de semillas de maíz está ligado a una visión cosmológica del mundo donde los días y los números adquieren un simbolismo específico que informa la acción humana. Independientemente de la cultura en la que surja, el saber está siempre inmerso en estructuras culturales super-simbólicas. Otro ejemplo, quizás más cercano a nosotros, es la estructura súper simbólica del período moderno occidental; dicha estructura nos permite concebir el mundo natural y social de una manera Galileana: como algo gobernado por leyes que pueden ser descifradas y comprendidas a través de las matemáticas (por ejemplo, la forma en que su hipoteca es calculada por su banco). (RADFORD, 2018, pp. 3-4)

En la TO, el saber se define como un sistema de sistemas. Es decir, un sistema de procesos corpóreos, sensibles y materiales de acción y reflexión, constituidos histórica y culturalmente. Nuestro punto de partida es que, al nacer, cada uno de nosotros se encontró ya con un sistema de maneras de pensar y concebir el mundo (sistemas de pensamiento matemático, científico, legal, etc.). Ese saber que estaba ya allí, frente a nosotros al momento de nuestro nacimiento, está siempre en movimiento y transformación y cambia de cultura en cultura [...]. Se produce en la actividad humana y es más que una tecnología para hacer algo. El saber, en efecto, se considera altamente estético, ético, simbólico y político. [...] (RADFORD, 2020c, p. 16)

Una de las fuentes de adquisición del saber resulta de nuestro contacto con el mundo material, el mundo de artefactos culturales de nuestro entorno (objetos, instrumentos, etc.) y en el que se encuentra depositada la sabiduría histórica de la actividad cognitiva de las generaciones pasadas. [...] el ser humano es afectado profundamente por el artefacto: al contacto con éste, el ser humano reestructura sus movimientos [...] y forma capacidades motrices e intelectuales nuevas, como la anticipación, la memoria, la percepción [...]. (RADFORD, 2006, p. 113)

[...] El saber que circula en el aula no es un saber construido ex nihilo sino que es un saber histórico.

El primer postulado de las aproximaciones socioculturales resume esta idea; dicho postulado puede enunciarse de la manera siguiente:

p1: el saber es generado por los individuos en el curso de las prácticas sociales constituidas histórica y culturalmente. (RADFORD, 2011, p. 73)

[Y en el segundo postulado se establece que:]

p2: la producción del saber no corresponde a necesidades de adaptación sino que está enmarcado por formas culturales de pensamiento imbricadas en una realidad material y simbólica, la cual provee las bases para interpretar y transformar el mundo de las personas y los conceptos que éstas forman acerca del mundo. (RADFORD, 2011, p. 74)

[...] Para nuestra aproximación, el saber escolar no es una cuestión de construcción personal (como en el constructivismo); no es tampoco una recepción sumisa del saber. Desde la perspectiva materialista dialéctica que proponemos—desde la perspectiva de la teoría de la objetivación [...]—, el saber es pura posibilidad. El saber se presenta a los alumnos como una posibilidad para reflexionar de manera algebraica acerca de las ecuaciones. El saber constituye posibilidades culturales de acción y de reflexión, posibilidades para imaginar y sopesar eventos. El saber como posibilidad crea horizontes de virtualidad [...] que alumnos y profesores realizan o concretizan de manera particular en el aula [...]. (RADFORD, 2013b, p. 9)

SALÓN DE CLASES

[...] el salón de clases no puede verse como un espacio cerrado, replegado en sí mismo, en el cual se negocian las normas del saber, pues esas normas tienen toda una historia cultural y como tal pre-existen a la interacción que ocurre en el salón de clases. Tampoco puede verse como una especie de ambiente biológico en el que el individuo opera según sus mecanismos invariables de adaptación general. (RADFORD, 2006, p. 114)

El salón de clases es el espacio social en donde el alumno elabora esa reflexión definida como relación común y activa con su realidad histórico-cultural. Es aquí en donde ocurre el encuentro del sujeto y el objeto del saber. La objetivación que permite dicho encuentro no es un proceso individual, sino social. La sociabilidad del proceso, empero, no debe ser entendida como simple interacción de negocios, una especie de juego entre adversarios capitalistas en el que cada uno invierte bienes con la esperanza de terminar con más. La sociabilidad significa aquí el proceso de formación de la conciencia, que Leontiev caracterizaba como co-sapiencia, es decir, saber en común o saber-con-otros. (RADFORD, 2006, p. 116)

Para la teoría de la objetivación, el funcionamiento del salón de clases y el papel del profesor no se limitan a buscar el logro de la autonomía. Más importante es aprender a vivir en la comunidad que es el salón de clases (en un sentido amplio), aprender a estar con otros, abrirse a la comprensión de otras voces y otras conciencias, en pocas palabras, a ser-con-otros [...]. (RADFORD, 2006, p. 117)

La naturaleza intrínsecamente social del saber y del pensamiento matemático nos ha llevado, pues, a concebir la sala de clase como una comunidad de aprendizaje, cuyo funcionamiento está orientado a la objetivación del saber. Sus miembros trabajan de forma que:

- la comunidad permite la realización personal de cada individuo;
- cada miembro de la comunidad tiene su lugar;
- cada miembro es respetado;
- cada miembro respeta los otros y los valores de su comunidad;
- la comunidad es flexible en las ideas y sus formas de expresión;
- la comunidad abre espacio a la subversión a fin de asegurar:
- la modificación,
- el cambio
- y su transformación

Ser miembro de la comunidad no es algo que va de sí. Para ser miembro, los alumnos son alentados a:

- compartir los objetivos de la comunidad;
- implicarse en las acciones del salón de clases;
- comunicar con los otros. (RADFORD, 2006, p. 117)

SISTEMAS SEMIÓTICOS DE SIGNIFICACIÓN CULTURAL

[...] incluyen significados culturales tales como concepciones en torno a los objetos matemáticos (su naturaleza, su modo de existencia, su relación con el mundo concreto, etc.) y patrones sociales de producción de significados. [...] (RADFORD, 2006, p. 109)

En interacción con las actividades (sus objetivos, acciones, distribución del trabajo, etc.) y con la tecnología de la mediación semiótica (el territorio del artefacto), los Sistemas Semióticos de Significación Cultural dan lugar, por un lado, a formas o modos de actividad y, por otro lado, a modos específicos del saber o epistemes [...]. Mientras que la primera interacción da lugar a maneras particulares en que las actividades son realizadas en un momento histórico, la segunda interacción da lugar

a modos de saber específicos que permiten una identificación de los problemas o situaciones “interesantes” y demarcan los métodos, argumentos, evidencias, etc. que serán consideradas válidas en la reflexión que se lleva a cabo sobre los problemas y situaciones en una cultura dada. (RADFORD, 2006, p. 110)

SUBJETIVIDAD

[...] La subjetividad, como la entendemos en la TO, se inscribe dentro de una comprensión dialéctica materialista de los individuos y sus contextos sociales, culturales e históricos. Se trata de una comprensión que se mueve entre las categorías de lo igual y lo diferente, del yo y del otro. (RADFORD, 2020a, p. 36)

Una subjetividad es un sujeto o individuo único, histórico, cultural y concreto: usted, mi vecino, un amigo, un profesor. La singularidad de la subjetividad resulta del hecho de que, por un lado, está continuamente afectada por los prototipos de ser que la cultura ofrece — ser buen vecino, buen amigo, buen profesor, etc. Por el otro lado, a esta afección respondemos reflexivamente. Esta afección reflexiva hace imposible que la subjetividad sea algo escurridizo o que sea algo que podemos reemplazar [...]. Cada uno de nosotros es irremplazable en tanto que individuo, en tanto que subjetividad. Y una de sus características es de estar siempre en formación y transformación. La subjetividad es una entidad continuamente comprometida en un proceso de ser: un proyecto de vida inacabado e interminable. (RADFORD, 2020a, p. 36)

SUBJETIVACIÓN

La subjetivación consiste en aquellos procesos mediante los cuales los sujetos toman posición en las prácticas culturales y se forman en tanto que sujetos culturales históricos únicos. La subjetivación es el proceso histórico de creación del yo. (RADFORD, 2014, p. 142)

El sujeto aparece, pues, como sujeto que se constituye y que, al mismo tiempo es constituido por mecanismos culturales de subjetivación. En otras palabras, por un lado, la subjetivación no es posible sin la participación del sujeto. El sujeto se constituye en tanto que sujeto a través de sus acciones, reflexiones, gozos, sufrimientos, etc. Pero, por el otro lado, las acciones a través de las cuales el sujeto se constituye, están inmersas en formas de acción y de relación hacia otros que son culturales e históricas. [...] (RADFORD, 2014, p. 143) (ver también RADFORD, 2018)

[ver: PROCESO DE SUBJETIVACIÓN]

SUJETO

[...] El sujeto de las teorías culturales es, en efecto, un sujeto que piensa y siente dentro de un trasfondo cultural que va más allá de las necesidades de adaptación y de meros impulsos y afanes a-históricos, lógico-universales, de producción de un saber viable u óptimo. [...] (RADFORD, 2011, pp. 73-74)

SUMISIÓN

Por sumisión entiendo la actitud no crítica que consiste en aceptar el saber tal y como este nos es presentado. En este caso, no hay una re-flexión histórico-cultural que posicione al sujeto o alumno como sujeto. El resultado es que el sujeto se torna en un sujeto alienado, es decir desposeído de voz y conciencia propia. Esto es lo que ocurre en la enseñanza directa o magistral, por ejemplo. (RADFORD, 2013b, p. 6)

TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN

La TO no es una teoría psicológica, sino una teoría educativa que busca formular la cuestión del aprendizaje sobre la base del trabajo de la escuela histórico-cultural de Vygotsky. [...] (RADFORD, 2020b, p. 18)

[...] la TO plantea el problema del aprendizaje como un proceso social que se mueve simultáneamente en las dos esferas: la del saber y la del ser. Aprender no es simplemente adquirir un conocimiento sino también un proceso formativo y transformativo del ser, del sujeto que aprende. Ser y saber son, en efecto, considerados dentro de la TO los dos lados de una misma moneda: dos aspectos interrelacionados de la enseñanza y del aprendizaje.

La formulación del aprendizaje como un proceso en el cual el ser y saber son mutuamente constituidos lleva a una manera no utilitarista ni instrumental de ver la didáctica de las matemáticas. Esta formulación lleva igualmente a una concepción no técnica de las matemáticas, [...].

Dentro de esta perspectiva, el aula y sus fenómenos de enseñanza-aprendizaje aparecen enraizados en una dimensión ética inevitable. El aula aparece como el espacio del crecimiento de formas culturales de pensamiento y de ser.

Para teorizar el crecimiento de formas culturales de pensamiento y de ser, la TO moviliza dos constructos teóricos interrelacionados, el primero es el de objetivación propiamente dicho y el segundo el de subjetivación. El primero se expresa en términos de los procesos sociales a través de los cuales el alumno alcanza una comprensión crítica, a través de dotación de

significados, de los objetos culturales matemáticos y de la lógica cultural de estos. El segundo se expresa en términos de los procesos intersubjetivos a través de los cuales el alumno se posiciona en las configuraciones de las prácticas sociales a las que participa y a través de las cuales se reconoce y es reconocido miembro de una comunidad sociocultural.

Entre las preguntas de investigación de la teoría están aquellas en que se trata de dar cuenta de la manera en que los procesos de objetivación y de subjetivación ocurren. Obviamente, estos procesos no son conceptualizados como naturales. Estos procesos son considerados culturales. Desde esta perspectiva no se espera que ellos provengan del "interior" del sujeto. Estos provendrán de la interacción del sujeto con su medio, de la participación activa y responsable del sujeto en la praxis escolar. Los procesos de objetivación y subjetivación son procesos mediatizados por el cuerpo, el lenguaje, los signos, los artefactos y la interacción social. Esto significa que, metodológicamente hablando, la TO hace un esfuerzo por rastrear las acciones del alumno que lo conducen a objetivar el saber y a posicionarse como individuo crítico, responsable y abierto. Esta metodología implica un estudio minucioso de la dimensión fenomenológica del encuentro del alumno con el saber y con las formas de ser de la cultura [...]. La TO retiene la idea de trabajo de los alumnos alrededor de una «situación» que ofrece la teoría de situaciones, pero sin adjudicarle el mismo valor epistémico. La «situación» aparece como noción heurística sujeta a un análisis a priori [...] y semiótico [...], que opera, no en un espacio a-didáctico, sino dentro de una zona proximal de desarrollo [...]. Para realizar dicha teorización, la TO se inspira además de la psicología vygotskiana y de la fenomenología de Husserl, de la fenomenología francesa, en particular de los trabajos fundadores de Merleau-Ponty (1945) y de la generación de fenomenólogos que lo siguieron, como Michel Henry (1965, 2003) y Jean-Luc Marion (1997). La dimensión ética que se inspira de los trabajos de Bakhtin (1990) y de las corrientes francesas sobre la alteridad iniciadas por Paul Ricoeur (1990) y Emmanuel Lévinas (2006). (RADFORD, 2011, pp. 74-75)

TERRITORIO DEL ARTEFACTO

[...] Es en este territorio donde la subjetividad y la objetividad cultural se imbrican mutuamente y en el que el pensamiento encuentra su espacio de acción y la mente se extiende más allá de la piel [...]. (RADFORD, 2006, p. 107)

TRABAJO [LABOR, ACTIVIDAD]

[...] son, en efecto tres nombres que hacen referencia a una misma entidad cultural: una serie de acciones guiadas por un fin común que individuos realizan en conjunto. Pero, contrariamente a lo que ocurre en otras aproximaciones, esa serie de acciones que constituye el trabajo o la actividad no tiene simplemente un significado pragmático: el trabajo tiene, sobre todo, un significado ontológico. Lo que esto quiere decir es que es en el trabajo que ocurre la constitución mutua del individuo y su cultura. [...] (RADFORD, 2013b, p. 5)

[...] El trabajo es asociado a una forma de acción conjunta que "incluye nociones de expresión subjetivas, propias, y de desarrollo racional y de satisfacción estética." [...]. A través del trabajo, los individuos se desarrollan y se convierten en lo que son: proyectos socio-personales siempre inconclusos, siempre en movimiento. Marx se refiere al trabajo como la expresión de una forma específica de vida, como la expresión propia del sujeto [...]. Naturalmente, el trabajo en el sentido anterior, puede ser objeto de realización personal, pero puede también ser alienante. Esto dependerá de la manera en que el trabajo es mediatizado y estructurado por sus dos elementos claves: los modos de producción y las relaciones de producción. (RADFORD, 2013b, p. 5)

[...] Es a través de la labor o trabajo conjunto sensible y material de los alumnos y profesores que el saber como pura posibilidad evoluciona. En el evento de su aparición, sus significados históricos y culturales se convierten en objetos de conciencia y pensamiento. [...] (RADFORD, 2013b, pp. 9-10)

TRABAJO CONJUNTO

[...] el trabajo conjunto no significa que habrá consenso. La idea de trabajo conjunto reposa sobre el reconocimiento de la pluralidad de voces y perspectivas implicadas. Su característica más importante es precisamente de ser subversivo, de provocar tensiones y contradicciones. (RADFORD, 2013b, p. 12)

[Ver: LABOR CONJUNTA]

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo lo culminamos gracias al estímulo y reconocimiento del Dr. Luis Radford, cuyas recomendaciones y correcciones contribuyeron al mejoramiento del mismo. Igualmente agradecemos a quienes revisaron el trabajo y nos plantearon sugerencias.

REFERENCIAS

- RADFORD, L. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Relime**, Número especial, p. 103-129, 2006.
- RADFORD, L. La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas. *In: Vallés Villanueva, J., Álvarez Rodríguez, D. y Rickenmann del Castillo, R. (coords.) L'activitat docent: intervenció, innovació, investigació*. Girona, Cataluña: Documenta Universitaria, 2011, p. 63-79.
- RADFORD, L. Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 2, n. 1, p. 7-44, 2013a.
- RADFORD, L. **Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas**. In: I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe. 6 al 8 de noviembre, Santo Domingo, República Dominicana, 2013b.
- RADFORD, L. De la teoría de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 7, n. 2, p. 132-150, 2014.
- RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas Da Educação Matemática**, v. 8, Número temático, 547-567. 2015.
- RADFORD, L. **Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación**. In: 5° Simposio Internacional de Investigación en Educación Matemática, 27 al 29 de junio. Belém, Pará, Brasil, 2018.
- RADFORD, L. El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 15, n.36, p. 27-42, 2020a.
- RADFORD, L. ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. **Revista Colombiana de Matemática Educativa**, v. 5, n. 2, 2020b. Disponível em: <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME>.
- RADFORD, L. Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In: GOBARA, S. T. y RADFORD, L. (coords.), *Teoria da objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática*. São Paulo, Brazil: Livraria da Física, 2020c, p. 15-42.
- RADFORD, L.; LASPRILLA, A. De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. **La Matemática e la sua Didattica**, v. 28, n. 1, p. 107-128, 2020.
- MOSQUERA, J; SERRES, Y. Glosario de Conceptos de la Teoría de la Objetivación. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, v. 16, n. 39, p. 142-166, Set-Dez, 2021. <https://doi.org/10.37084/REMA TEC.1980-3141.2021.n39.p142-166.id491>

ENLACE ALTERNATIVO

<https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/29> (pdf)