ARTIGOS

ENSINO DE TRIÂNGULOS COM O SOFTWARE GEOGEBRA

TEACHING TRIANGLES WITH GEOGEBRA SOFTWARE

Tenório, André; Carvalho, Carlos Inácio dos Santos; Tenório, Thaís

André Tenório
tenorioifrj@gmail.com
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Brasil
Carlos Inácio dos Santos Carvalho
inacio.sc@ibest.com.br
Secretaria de Educação do Estado de Rio de Janeiro, Brasil
Thaís Tenório
tenoriocalc@gmail.com
Universidade Federal Fluminense, Brasil

Revista de Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil
ISSN-e: 2179-426X
Periodicidade: Trimestral
vol. 7, núm. 1, 2016
rencima@cruzeirodosul.edu.br

Recepção: 03 Janeiro 2015
Aprovação: 29 Janeiro 2016

URL: http://portal.amelica.org/ameli/journal/509/5093976001/

DOI: https://doi.org/10.26843/rencima.v7i1.1008

Resumo: O emprego de recursos computacionais é cada vez mais comum nas salas de aula brasileiras. Por isso, analisar sua influência é importante. Neste estudo, foram avaliados os efeitos de um modelo didático construtivista com uso do software GeoGebra para o ensino de triângulos. Com o objetivo de comparar e verificar sua eficácia, o mesmo conteúdo foi ministrado pelo modelo tradicional em outra turma. Duas turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental de um colégio estadual do Rio de Janeiro participaram da pesquisa. Em uma delas, o GeoGebra foi utilizado como ferramenta para a construção de figuras geométricas e na resolução de questões. De acordo com a observação durante as aulas, na turma em que o GeoGebra foi usado, os alunos mostraram-se mais independentes e estimulados a discutir o conteúdo matemático. A partir das resoluções das listas e dos testes, notou-se que o software ajudou no entendimento de triângulos e suas propriedades. Os dados estatísticos obtidos apontaram a existência de vantagens no modelo didático construtivista com uso do GeoGebra frente ao modelo tradicional.

Palavras-chave: Informática, GeoGebra, Triângulos, Construtivismo.

Abstract: Using computational resources is increasingly common in the Brazilian classrooms, so analyzing its influence is important. In this article were investigated the effects of a constructivist teaching method using GeoGebra software to discuss triangles concepts. The same mathematics content was taught to another class by traditional method in order to compare different teaching-learning processes. Students of two classes at Middle School of a state school in Rio de Janeiro took part of study. One class used the GeoGebra as an auxiliary tool for figure construction and solving exercises and problems. Observation during the lectures reveals that using GeoGebra promoted more independent and willing discussions between students. From lists of exercises and problems, and tests could be perceived that GeoGebra helped in understanding of triangles and its properties. Statistical data from grades indicated that constructivist teaching using GeoGebra has an advantage over the traditional method.

Keywords: Informatics, GeoGebra, Triangles, Constructivist teaching method.

Introdução

Diversas teorias pedagógicas podem embasar o modelo didático adotado pelo professor e auxiliá-lo durante o desenvolvimento de atividades em sala de aula (PORLÁN; RIVERO; POZO, 1997; 1998).

O modelo didático tradicional, ligado as correntes pedagógicas comportamentalista e neocomportamentalista, baseia-se no reforço dos conteúdos ministrados e em uma atitude passiva do aluno frente ao conhecimento (PORLÁN; RIVERO; POZO, 1997; 1998; GUIMARÃES; ECHEVERRÍA; MORAES, 2006). Apesar de tal forma de ensinar priorizar a memorização e a mecanização na resolução de questões, ainda é usada nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, o que pode provocar desinteresse (CARVALHO, 2005).

Contudo, com o advento e a disseminação de recursos tecnológicos com base na informática, cada vez mais docentes procuram tornar suas aulas atrativas e estimular a participação ativa do aluno na construção do conhecimento (BORBA; PENTEADO, 2001). A concepção de Borba e Penteado (2001) encontra apoio na de D'Ambrósio (1989):

> Acredita-se que metodologia de trabalho desta natureza tem o poder de dar ao aluno a autoconfiança na sua capacidade de criar e fazer matemática. Com essa abordagem a matemática deixa de ser um corpo de conhecimentos prontos e simplesmente transmitidos aos alunos e passa a ser algo em que o aluno faz parte integrante no processo de construção de seus conceitos. (D'AMBROSIO, 1989, p. 19).

A aprendizagem a partir do uso de recursos tecnológicos pode encontrar alicerces em teorias pedagógicas como o construtivismo.

> O professor, em modelos didáticos de base construtivista, atua como mediador nos processos de ensino e de aprendizagem ao estimular a participação e a adoção de uma postura crítica-reflexiva (CARRAHER, 1992; PORLÁN; RIVERO; POZO, 1997; 1998; SOUZA, 2006; COLL; SOLÉ, 2009; PIRES, 2009).

O educador deixa então de ser o detentor e transmissor do conhecimento, e passa a ser um "facilitador", um orientador da aprendizagem ao proporcionar os recursos e as atividades necessários para os alunos desenvolverem suas habilidades e construírem ativamente seu conhecimento a partir da interação com o ambiente (CARRAHER, 1992; MARTINS, 2008; COLL; SOLÉ, 2009). Diversas atividades podem promover a participação ativa do aluno, por exemplo, debates, pesquisas em grupo, resolução de problemas, construções manuais, experimentos, entre outras. Recursos como instrumentos de desenho, materiais manuais, jogos, vídeos e softwares podem facilitar o engajamento dos alunos nas atividades disciplinares (BRASIL, 2002; SOUZA, 2006; GRAVEN, 2011; COSTA; TENÓRIO; TENÓRIO, 2014; TENÓRIO; LEITE; TENÓRIO, 2014).

Nesse contexto, ferramentas tecnológicas como softwares educativos trazem ao aluno um ambiente de investigação e de exploração da Matemática onde é possível simular situações propostas, testar diferentes modos de resolução e modificar rapidamente figuras ou gráficos (GRAVINA; SANTAROSA, 1999; MARTINS, 2008; MARTINS; FIOREZE, 2008; XAVIER. TENÓRIO; TENÓRIO, 2014). Essas tecnologias de informação e comunicação (TIC) estimulariam o aluno a participar ativamente da aprendizagem.

Bons exemplos de softwares educativos matemáticos são o GeoGebra e o Régua e Compasso, ambos ferramentas dinâmicas e interativas que funcionam como laboratórios de aprendizagem. Esses permitem abordar a Geometria, campo da Matemática a ser discutido na Educação Básica (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO, 2012).

Pavanello (1993), Zuin (2002), Guerato (2008) e Pacheco (2014) debateram as dificuldades frequentes de alunos no entendimento de Geometria. Segundo Martins e Fioreze (2008), na Educação Básica, conteúdos geométricos seriam considerados complementares e ministrados de modo fragmentado, por assunto ou por série, o que dificultaria relações entre a Geometria e a Aritmética ou a Álgebra. Além disso, poucos recursos didáticos capazes de auxiliar a aprendizagem de Geometria seriam manipulados pelos alunos (MARTINS, 2008; SCHMITZ; QUADROS, 2009; ZUIN, 2002). Diante desse quadro, Martins (2008, p. 30) afirma:

> A ausência do material concreto, do experimental no ensino da Geometria é um dos principais motivos da falta de entendimento da disciplina por parte dos alunos. É preciso oferecer situações onde eles visualizem, comparem e desenhem formas [...] Pode parecer um passa tempo, mas é uma etapa de fundamental importância para a aprendizagem das formas geométricas.

No entanto para aplicar os recursos disponíveis de modo eficaz, atividades de ensino alternativas devem ser planejadas, testadas, avaliadas e aprimoradas. Nesse contexto, usar softwares de geometria dinâmica para observar e manipular elementos pode ampliar o conhecimento dos alunos e levá-los à reflexão e à crítica (FERNANDES, 2004).

No presente estudo, propriedades e características de triângulos foram discutidas em duas turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental da rede pública estadual do Rio de Janeiro. O objetivo foi comparar dois modelos didáticos, um tradicional e um construtivista com o uso do software educativo matemático GeoGebra. Na turma onde o modelo didático construtivista com o emprego do software foi aproveitado, todos os alunos tiveram a oportunidade de manipular o recurso, fazer suas próprias construções e chegar a conclusões sobre o que faziam.

O GeoGebra, disponível gratuitamente em http://www.geogebra.org/, foi desenvolvido por Hohemwater na Universidade de Salzburg na Áustria em 2001 (HOHEMWATER; FUCHS, 2004). O software, construído em Java, conta com boa portabilidade, versão em português e interface simples, além de reunir Geometria, Álgebra e Cálculo em uma mesma ferramenta.

Metodologia

Dois modelos didáticos, um baseado no ensino tradicional e outro no construtivismo com o uso do GeoGebra (Figura 1), foram comparados. Em 2013, o conteúdo de triângulos foi ministrado em duas turmas de oitavo ano do ensino público fundamental do estado do Rio de Janeiro no primeiro bimestre, conforme previsto pelo currículo mínimo de Matemática (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO, 2012). Trinta e oito alunos com idades em torno de 14 anos participaram da pesquisa. Metodologia similar foi adotada no estudo de Xavier, Tenório e Tenório (2014).

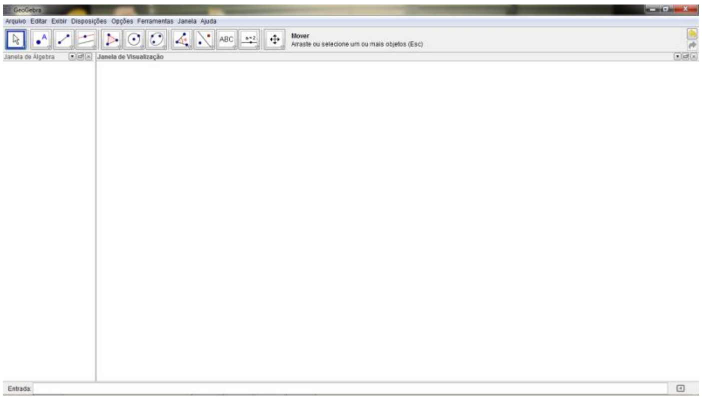

FIGURA 1
Tela inicial do software GeoGebra
Próprio autor.

O conteúdo de triângulos foi discutido nas aulas, sequencialmente, de acordo com os seguintes tópicos: ângulos e lados, classificação, soma dos ângulos internos e propriedades. A partir do conteúdo ministrado, os alunos deveriam ser capazes de:

> • Resolver problemas relacionados ao cálculo da soma dos ângulos internos de um triângulo.
> • Classificar triângulos quanto aos lados e ângulos.
> • Reconhecer as propriedades dos triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
> • Resolver problemas significativos utilizando as propriedades dos triângulos. (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO, 2012 p. 10).

Como já citado, o mesmo conteúdo foi discutido em duas turmas distintas por dois modelos didáticos – um tradicional (na turma denominada controle) e outro construtivista com a manipulação do GeoGebra (na turma alvo). No modelo tradicional, as atividades ocorreram em sala e englobaram aulas expositivas e resolução de questões, sem o estímulo a participação ativa e a colaboração. O livro didático foi adotado para consulta e estudo fora do âmbito escolar. No modelo construtivista, as atividades ocorreram no laboratório de informática e envolveram a discussão argumentativa do conteúdo entre professor e alunos com base na exploração e na investigação de figuras geométricas e questões feitas com o GeoGebra. Após essa primeira etapa, uma primeira verificação de aprendizagem (igual para ambas as turmas) foi aplicada.

Depois houve uma etapa de reforço do conteúdo. Ela englobou a correção comentada da primeira avaliação pelo professor e a resolução de uma lista de questões. Na turma controle (18 alunos), o reforço foi tradicional. Na alvo (20 alunos) foi construtivista através da experimentação com o software de geometria dinâmica. Todos os alunos da turma alvo manipularam o GeoGebra, o que só foi possível porque a escola tinha um laboratório de informática em condições de uso e computadores em número adequado. Ambas as turmas realizaram uma segunda verificação de aprendizagem (igual para ambas, com mesmo nível de dificuldade da anterior) após o reforço.

As listas e as avaliações foram as mesmas para as duas turmas, porém, a turma alvo usou o GeoGebra. Logo, as avaliações aplicadas às duas turmas possuíam questões idênticas. Mas cada uma a resolveu de acordo com o modelo didático ministrado, por isso alguns enunciados eram ligeiramente distintos. As duas verificações de aprendizagem tinha pontuação e estrutura similar, cada uma delas valia 10 pontos e contava com 4 questões.

Na turma controle, a avaliação foi resolvida no papel e o uso da calculadora para auxiliar em cálculos foi permitido. Já na turma alvo, a avaliação foi feita com o emprego do software. Contudo, após encontrar as respostas pelo GeoGebra, os alunos precisavam desenvolver as questões no papel.

O estudo seguiu a análise comparativa quantitativa e qualitativa, conforme o pressuposto de Günther (2006). Tal análise tem o potencial de apresentar mais dados sobre o contexto pesquisado ao permitir conhecer aspectos subjetivos e quantificar algumas informações obtidas. Todavia, há limitações. Por exemplo, a dificuldade de avaliar a aprendizagem do aluno a partir de seu comportamento em aulas e de suas notas.

A comparação qualitativa foi embasada na observação durante a aplicação da pesquisa e registro de fatos e impressões ocorridos. Para Gil (1999; 2002) e Marconi e Lakatos (2003), essa forma de coleta de dados, denominada observação direta, gera importantes dados qualitativos, apesar de subjetivos. A comparação quantitativa foi feita a partir das notas obtidas nas verificações de aprendizagem por meio da análise estatística (teste *T*) (SNEDECOR; COCHRAN, 1989).

A fim de conseguir resultados fidedignos na comparação quantitativa foi preciso divisar uma metodologia avaliativa que permitisse contornar a limitação imposta pela inexistência de qualquer base prévia de comparação entre as turmas.

Uma opção metodológica teria sido aplicar em ambas as turmas somente uma verificação de aprendizagem, seguida da comparação direta entre as duas médias de notas. Entretanto, tal procedimento seria inadequado, porque partiria da hipótese de que as turmas teriam previamente competências análogas.

Como descrito anteriormente, a metodologia escolhida consistiu em aplicar em cada turma duas verificações de aprendizagem, consideradas de mesmo nível de dificuldade. A primeira ocorreu após a apresentação do conteúdo programático e de exemplos. As turmas então passaram por um reforço pedagógico, após o qual foi realizada a segunda verificação. As avaliações das turmas compartilharam as mesmas questões. Contudo, a turma construtivista pôde resolvê-las com o auxílio do GeoGebra antes de algebrizar as respostas da forma tradicional. A diferença entre a segunda nota e a primeira forneceu uma medida do progresso de cada aluno. Desse modo, a média dos progressos da turma alvo (modelo didático construtivista) pôde ser comparada estatisticamente com a média dos progressos da turma controle (modelo didático tradicional).

A análise estatística foi realizada em três passos. O primeiro passo consistiu em determinar se houve de fato progresso da média da turma controle. O segundo passo foi verificar se ocorreu progresso da média da turma alvo. O passo final da análise foi a comparação dos progressos das duas turmas. No primeiro e no segundo passos, a técnica estatística empregada foi o teste *T* de duas amostras pareadas, com nível de significância de 5%. O passo final da análise estatística consistiu em um teste *T* de duas amostras não pareadas com variâncias diferentes.

Resultados e discussão

Como descrito na seção metodologia, na turma controle (18 alunos) ministraram-se aulas conforme o modelo didático tradicional. Na alvo (20 alunos), as aulas adotaram uma abordagem construtivista com o uso do GeoGebra. Inicialmente, os alunos da turma alvo foram apresentados às funcionalidades do software. Depois, manipularam-nas livremente, de modo a aprender suas principais características e como empregar seus recursos para resolver atividades.

O professor ministrou o mesmo conteúdo para as duas turmas, mas os alunos da turma alvo puderam desenhar as figuras geométricas e resolver os exemplos com o uso do GeoGebra. As atividades propostas visaram à construção do conhecimento. Uma abordagem foi o professor exibir a figura geométrica a ser discutida com o datashow e, então, pedir aos alunos que ajudassem a determinar os passos para reconstruir a figura enquanto a desenhavam. Então, era solicitada a utilização livre da ferramenta mover ponto para modificar a figura e, a partir das construções modificadas, o conteúdo era discutido. Em outra abordagem, pedia-se a construção, por exemplo, de um triângulo isósceles, e então que os alunos visualizassem os desenhos dos colegas ao lado e discutissem as diferenças entre elas.

De acordo com a observação direta, o interesse mostrado pelos alunos da turma alvo sobre o conteúdo ministrado foi maior, com a participação da maioria nas discussões em decorrência das construções realizadas. Diferentemente da turma controle, onde a interação e a participação foram menores.

A partir da resolução de alguns exemplos propostos pelo professor, notou-se que o software ajudou os alunos a reconhecerem um triângulo e a classificá-lo quanto aos ângulos e aos lados, além de facilitar a discussão dos teoremas da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer e do ângulo externo. Ele permitiu explorar construções, visualizar polígonos e averiguar a validade dos teoremas em diferentes triângulos por um recurso tecnológico conhecido, o computador. Outro fator positivo foi a possibilidade de simular as situações descritas nas questões e testar diferentes modos de resolução. A construção rápida de triângulos, sem a necessidade de habilidade de desenho, foi mais uma vantagem. Os benefícios de empregar softwares educativos para investigar e explorar situações matemáticas também foram indicados por Gravina e Santarosa (1999), Martins (2008) e Martins e Fioreze (2008).

Após a discussão do conteúdo, a primeira verificação de aprendizagem foi aplicada às turmas. Percebeu-se que os alunos de ambas tiveram maior dificuldade em resolver as questões 3 e 4 da avaliação (respectivamente, Figuras 2 e 3).

Na questão 3 (Figura 2), muitos não conseguiram perceber que o triângulo ΔBEC era isósceles. Na turma controle, apenas dois conseguiram resolver integralmente a questão. Na turma alvo, apenas três chegaram ao resultado esperado.

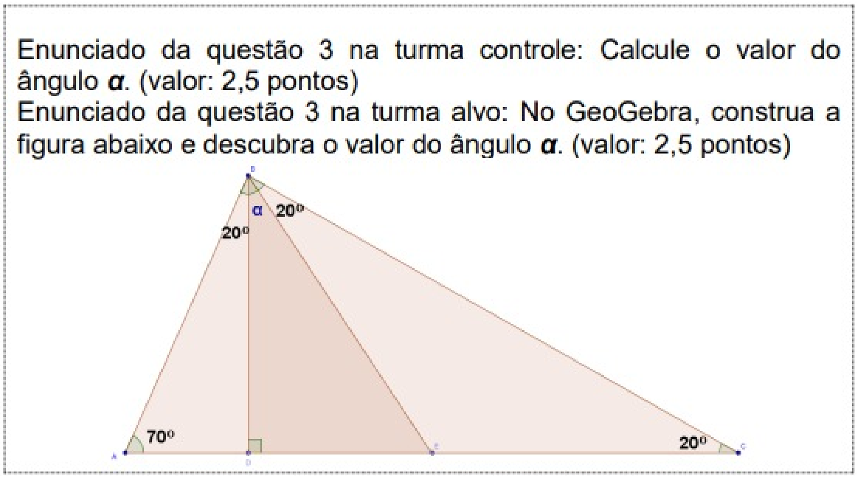

FIGURA 2
Questão 3 da primeira verificação de aprendizagem
Próprio autor.

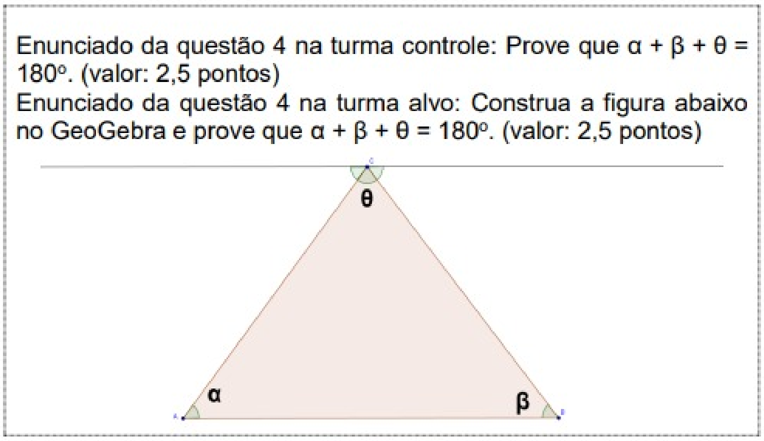

FIGURA 3
Questão 4 da primeira verificação de aprendizagem
Próprio autor.

A questão 4 (Figura 3) foi a mais difícil para as duas turmas. Nenhum aluno chegou à solução. A dificuldade na resolução foi perceber que a reta traçada sobre o vértice C do triângulo, paralela ao lado AB, formava ângulos iguais aos ângulos da base do triângulo.

Os alunos da turma alvo, apesar de terem treinado a construção de figuras geométricas no GeoGebra, tiveram dificuldades no momento da primeira verificação de aprendizagem. Ambas as turmas receberam quatro horas-aula para realizarem-na. Na turma controle, todos terminaram em até duas horas-aula. Mas, a turma alvo requereu todo o tempo disponível.

Na aula seguinte, a etapa de reforço pedagógico do conteúdo foi iniciada.

Na turma controle, a lista foi capaz de ajudar a complementar as discussões sobre o conteúdo. Por observação das posturas dos alunos, pôde-se notar que a perceberam como uma atividade para aplicar os conceitos e revisá-los.

De modo geral, houve boa participação. Alguns procuraram resolver as questões coletivamente. Contudo, outros continuaram desmotivados e não tentaram solucioná-las por conta própria, esperavam um colega resolvê-la ou o professor corrigi-la.

As principais dúvidas envolveram o desenvolvimento algébrico das questões da lista. Os alunos da turma controle pareceram procurar diferentes métodos de resolução, de modo a mecanizar qualquer tipo de desenvolvimento.

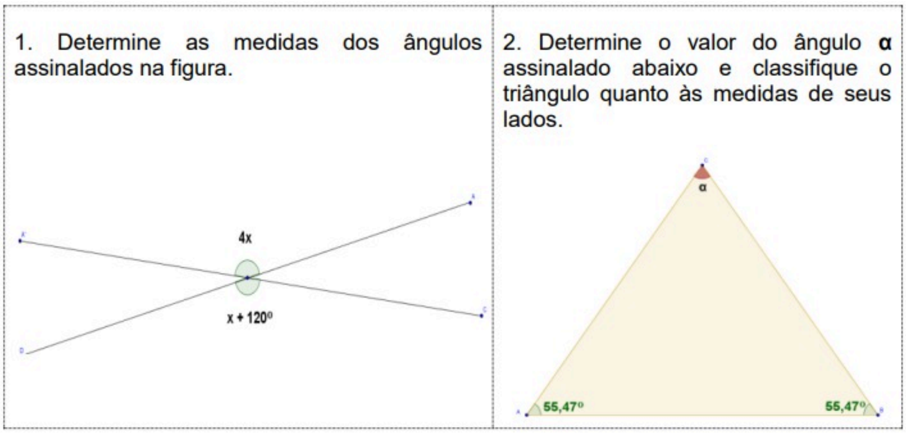

FIGURA 4
Questões 1 e 2 da lista da turma controle.
Próprio autor.

Os exercícios 1 e 2 (Figura 4) foram resolvidos sem maiores problemas pela maioria dos alunos, provavelmente, por tratarem de conceitos básicos do conteúdo explorados a partir de construções geométricas simples.

As questões 4, 5 e 6 (Figura 5) exigiram maior atenção e raciocínio dos alunos por envolverem conceitos como os teoremas dos ângulos internos e do ângulo externo de um triângulo qualquer. Apesar de abordados em aulas anteriores, houve dúvidas quando aplicados à resolução de questões, especialmente, pelo fato de os triângulos estarem inscritos dentro de outras figuras geométricas.

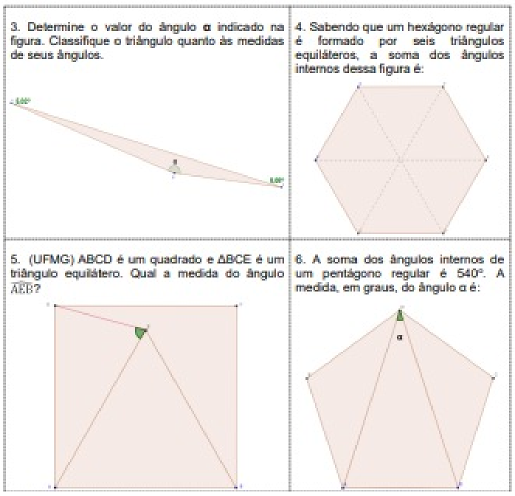

FIGURA 5
Questões 3, 4, 5 e 6 da lista da turma controle.
Próprio autor.

Na turma alvo, a lista ajudou a reforçar a familiarização dos alunos com a manipulação do GeoGebra. As posturas discentes foram mais autônomas. Eles se organizaram em duplas, o que pareceu tornar a resolução das questões da lista mais fácil que à da avaliação.

Durante as aulas foi observado que os alunos ressaltaram que ao fazer as construções propostas (Figura 6) podiam constatar os resultados obtidos no papel na prática, de modo dinâmico. Muitos esclareceram dúvidas de conteúdo, mas, ao mesmo tempo, buscaram melhorar a manipulação do GeoGebra. Semelhantemente a turma controle, houve facilidade na resolução das três primeiras questões.

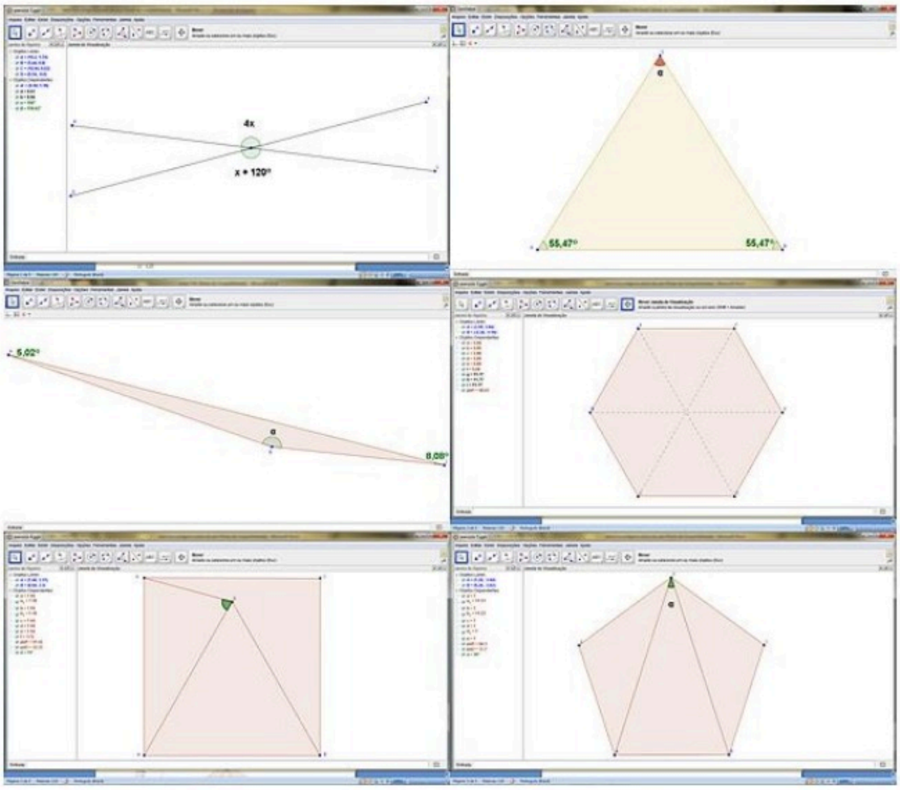

FIGURA 6
Figuras geométricas das questões da lista desenhadas por alunos com o GeoGebra
Próprio autor.

Na etapa seguinte ocorreu a segunda verificação de aprendizagem. A partir da análise das resoluções dos alunos às questões da avaliação foi notado que houve menos dúvidas relacionadas aos teoremas dos ângulos internos e do ângulo externo de um triângulo qualquer.

Em ambas as turmas, a questão com maior índice de acerto foi a primeira (Figura 7). Todavia, erros aritméticos e algébricos foram comuns durante a resolução. Dificuldades de alunos com cálculos aritméticos e algébricos também já foram reportadas por Chiréia (2013).

A questão 4 da segunda verificação de aprendizagem (Figura 7) teve alto índice de erro, apesar de ser similar à questão 4 da primeira verificação de aprendizagem (Figura 3). Muitos não conseguiram demonstrar o teorema da soma dos ângulos internos de um triangulo qualquer. Pacheco (2014) destacou a dificuldade de alunos recorrem ao teorema para resolver questões, de modo que embora eles saibam enunciá-lo, não parecem saber quando aplicá-lo.

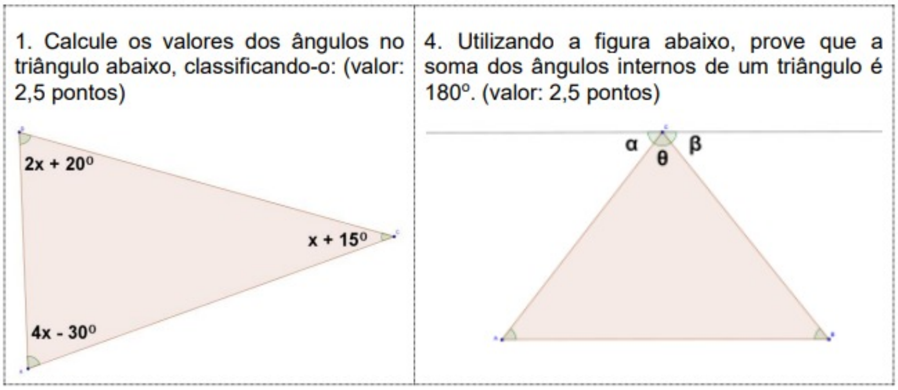

FIGURA 7
Questões 1 e 4 da segunda verificação de aprendizagem.
Próprio autor.

De modo geral, os resultados foram melhores após o reforço pedagógico. As tabelas 1 e 2 mostram as médias e os desvios padrões de cada avaliação para as duas turmas. Em ambas, as médias das notas da segunda avaliação foram melhores que as da primeira.

TABELA 1
Média e desvio padrão das avaliações da turma controle.

Modelo didático tradicional	Primeira avaliação	Segunda avaliação
Média	4,28	4,64
Desvio padrão	1,48	1,64

Próprio autor.

TABELA 2
Média e desvio padrão das avaliações da turma alvo.

Modelo didático construtivista	Primeira avaliação	Segunda avaliação
Média	4,90	5,67
Desvio padrão	1,02	1,43

Próprio autor.

Além disso, as médias das notas da turma alvo foram melhores que as médias das notas da turma controle. Na turma alvo, os alunos mostraram mais desenvoltura com o software na segunda avaliação, ela foi feita de forma mais rápida e independente.

Tanto na primeira quanto na segunda avaliação foi diagnosticado que as notas da turma alvo foram maiores do que as notas da turma controle. A análise de erros e acertos nas avaliações sugeriu que o GeoGebra facilitou a identificação dos diferentes tipos de triângulos e a aplicação de conceitos sobre o conteúdo. Segundo a perspectiva do docente, o recurso tecnológico foi importante, pois permitiu, a partir da construção e manipulação das figuras geométricas pelos alunos, um melhor entendimento dos conceitos de triângulos.

Análise estatística das avaliações

Como mencionado anteriormente, a análise estatística foi realizada em três passos. O primeiro consistiu em determinar se houve progresso da média da turma controle. O segundo foi verificar se ocorreu progresso da média da turma alvo. No terceiro foram comparados os progressos alcançados pelas duas turmas. Os dados estatísticos levantados na pesquisa apontaram a existência de vantagens no modelo didático construtivista com uso do GeoGebra frente ao modelo tradicional.

No primeiro e no segundo passos, a técnica estatística empregada foi o teste *T* de duas amostras pareadas, com nível de significância de 5%. Esse teste estatístico é equivalente a um teste *T* de amostra única em que os valores da amostra vêm da diferença entre os valores das duas amostras do teste *T* pareado. Em outras palavras, realizou-se um teste *T* de amostra única da média dos progressos. Para ambas as turmas, a hipótese nula do teste foi de que a média dos progressos teria sido menor que ou igual a zero. Logo, tomou-se como hipótese alternativa do teste a média dos progressos ser positiva.

TABELA 3
Notas obtidas nas avaliações por aluno da turma controle.

Alunos	Avaliação 1	Avaliação 2	Diferença entre as avaliações
1	4,5	5,0	0,5
2	3,0	4,0	1,0
3	4,5	4,5	0,0
4	2,0	2,5	0,5
5	5,5	5,0	-0,5
6	4,5	4,5	0,0
7	7,0	8,0	1,0
8	4,5	4,5	0,0
9	2,0	2,5	0,5
10	6,5	7,5	1,0
11	7,0	7,5	0,5
12	3,0	3,0	0,0
13	3,5	3,5	0,0
14	4,5	5,0	0,5
15	3,0	2,5	-0,5
16	3,0	3,5	0,5
17	4,0	5,0	1,0
18	5,0	5,5	0,5

Próprio autor.

O teste *T* de amostra única é considerado robusto para amostras de tamanho superior a 20; ou seja, apesar dele, em princípio, pressupor uma distribuição normal dos valores da amostra, ainda assim fornece resultados estatisticamente significantes mesmo para distribuições marcadamente não normais, desde que a amostra possua ao menos 20 valores, e, idealmente, 30 (SNEDECOR; COCHRAN, 1989).

As duas amostras de notas relativas à turma controle continham 18 valores (Tabela 3). Por isso, seria reconfortante averiguar a hipótese de normalidade das amostras. Para tanto, foi usado o teste de normalidade de Shapiro-Wilk com nível de significância de 5%. As duas amostras oriundas das notas das avaliações da turma controle satisfizeram o critério de normalidade.

No entanto, a amostra gerada pela diferença entre as notas (progressos) teve a hipótese de normalidade rejeitada. Para amostras relativamente pequenas, uma amostra gerada a partir de outras pode fracassar no teste de normalidade a despeito das amostras originais serem tidas como normais. Esses casos apontam a incidência de fatores que merece alguma atenção.

No contexto particular da turma, o afastamento da normalidade deveu-se a pouca variação dos valores obtidos pela diferença entre as notas da segunda avaliação e as da primeira. Apenas 4 valores distintos ocorreram apesar do tamanho da amostra ser 18. Não obstante, a despeito da normalidade da amostra dos progressos da turma controle ter sido refutada pelo teste de Shapiro-Wilk, esse resultado não foi tomado como impeditivo para aplicação do teste T pareado. Posto que as duas amostras de notas foram reputadas normais, seria razoável supor que a amostra oriunda da diferença entre elas também fosse.

A média dos progressos na turma controle foi 0,36 pontos, com desvio padrão 0,48. O teste T pareado[1] para a turma controle, com nível de significância de 5%, revelou haver evidência estatística para rejeitar a hipótese nula de que o progresso seria não positivo; ou seja, o teste favoreceu a hipótese alternativa, pois ocorreu uma pequena melhora, mas estatisticamente significativa, no rendimento da turma. É preciso, contudo, ser cauteloso ao extrair conclusões desse resultado. Embora se tenha buscado manter o nível de dificuldade nas duas avaliações, tal julgamento é subjetivo. Esse fator poderia influenciar no aumento médio das notas. Portanto, o resultado estatístico sozinho não é suficiente para abalizar se houve uma melhora real no aprendizado. A análise do resultado obtido baseia-se nas notas, o que pode demonstrar uma melhor aprendizagem ou simplesmente uma memorização da forma de resolução. Contudo, a correção comentada da primeira avaliação, mostrando onde ocorreram os erros, pode ser um fator de relevância para a pequena melhora no resultado.

As duas amostras de notas relativas à turma alvo possuíam 20 valores (Tabela 4). A amostra proveniente da primeira avaliação teve a hipótese de normalidade confirmada pelo teste de Shapiro-Wilk com nível de significância 5%. Não obstante, a amostra oriunda da segunda avaliação teve a normalidade rejeitada. Todavia, a amostra resultante da diferença entre as notas (progressos) foi considerada normal pelo teste. Haja vista o teste T de duas amostras pareadas ser equivalente a um teste T de amostra única para a diferença entre os valores das duas amostras originais, somente a normalidade da distribuição dos progressos é relevante. A média dos progressos na turma alvo foi 0,78 pontos e o desvio padrão, 0,75. O resultado do teste T pareado[2] com nível de significância de 5% apontou evidência estatística de melhora das notas da turma. Como já discutido, o resultado estatístico sozinho não é suficiente para aferir se houve melhora real no aprendizado. Há a necessidade de analisar como o aluno trabalhou com o conteúdo e com o software nas duas avaliações. A partir da análise das questões resolvidas pelos alunos na segunda avaliação, percebeu-se uma atenção maior em reproduzir as imagens das atividades de forma fidedigna. Tal fato, consequentemente, pode ter ajudado na compreensão do conteúdo. Existiu ainda a preocupação de se constatar os resultados obtidos pelo GeoGebra no papel.

TABELA 4
Notas obtidas nas avaliações por aluno da turma alvo.

Alunos	Avaliação 1	Avaliação 2	Diferença entre as avaliações
1	5,0	5,0	0,0
2	7,0	8,5	1,5
3	4,5	5,5	1,0
4	4,5	6,0	1,5
5	7,5	10,0	2,5
6	4,5	5,0	0,5
7	4,5	5,0	0,5
8	4,0	5,0	1,0
9	4,0	5,5	1,5
10	5,0	6,0	1,0
11	5,0	6,5	1,5
12	4,5	4,5	0,0
13	3,0	4,5	1,5
14	5,0	5,0	0,0
15	5,0	5,5	0,5
16	6,5	7,5	1,0
17	5,0	4,5	-0,5
18	5,0	5,0	0,0
19	4,5	5,0	0,5
20	4,0	4,0	0,0

Próprio autor.

O passo final da análise estatística consistiu em comparar os progressos alcançados pelas duas turmas. Com esse objetivo, recorreu-se ao teste *T* de duas amostras não pareadas com variâncias diferentes (número de graus de liberdade efetivos dado pela aproximação de Welch-Satterthwaite). O teste *T* não pareado é considerado robusto com relação à hipótese de normalidade para duas amostras de tamanhos superiores a 15. Como já visto, a amostra originária da turma controle possuía 18 valores, enquanto a advinda da turma alvo tinham 20. Como hipótese nula do teste, tomou-se a suposição de que o progresso médio da turma alvo seria menor que ou igual ao progresso médio da turma controle. Evidentemente, a hipótese alternativa foi o progresso da turma alvo ser maior que o da turma controle. O teste *T* executado com nível de significância 5%[3] mostrou haver evidência estatística suficiente para rejeitar a hipótese nula; ou seja, o progresso da turma alvo foi considerado significativamente maior que o da turma controle.

Considerações Finais

Explorar a Geometria na Educação Básica com recursos tecnológicos interativos e dinâmicos pode aproximar os alunos da Matemática, além de favorecer a inclusão digital (FERNANDES, 2004; PACHECO, 2014).

No presente estudo, dois tipos de modelos didáticos, o tradicional e o construtivista com o uso do GeoGebra, foram comparados a partir da verificação do desempenho acadêmico de alunos de duas turmas.

Para o docente, o emprego do GeoGebra mostrou-se um bom caminho para melhorar a relação dos alunos com a Matemática. O manuseio do software tornou os alunos mais atentos aos conteúdos geométricos, o que pode ser notado ao comparar as resoluções da primeira e da segunda avaliações. Inicialmente, as dificuldades dos alunos em empregar a TIC tornaram o ritmo das aulas mais lento que o esperado, porém, após conhecer as características técnicas e de manipulação, as discussões sobre os conceitos permearam as construções.

Os dados estatísticos levantados na pesquisa apontaram a existência de vantagens no modelo didático construtivista com uso do GeoGebra frente ao modelo tradicional. Apesar disso, a tentativa dos alunos de mecanizar modos de resoluções de questões esteve presente nas duas turmas, o que dificultou explorar o pensamento matemático. A turma onde o modelo tradicional foi adotado buscou comparar as questões e, ao encontrar semelhanças, reproduzir os desenvolvimentos algébricos. Esse caminho de aprendizagem, comum em turmas de diferentes níveis de escolaridade, deixa dúvidas sobre a construção do conhecimento pelo aluno.

A turma contemplada com o modelo didático construtivista teve dificuldade em fugir do tradicional. Em princípio, o manuseio do software foi um empecilho. Uma forma de mitigar tal entrave foi promover a manipulação livre pelos alunos. Quando a turma percebeu a importância do GeoGebra para resolver questões, poucos ainda sentiam insegurança em seu manuseio. Segundo a percepção do docente, a resolução da lista saciou ainda mais a curiosidade pelo recurso didático. Os alunos dessa turma buscaram formas diferentes de constatar os resultados encontrados no software e procuraram testar se determinada propriedade valia para figuras diferentes das que lhes eram fornecidas.

Percebeu-se a evolução da primeira para a segunda avaliação no que diz respeito ao manuseio do software e, principalmente, a assimilação do conteúdo de triângulos. Mesmo com um resultado timidamente maior de uma avaliação para outra, os alunos na segunda avaliação procuraram seguir com mais rigor as características das figuras, como medidas dos ângulos e dos lados. A independência para a resolução da avaliação também evoluiu. Diferentes procedimentos foram utilizados para atingir um mesmo resultado. O modelo didático construtivista pareceu eficiente na busca de caminhos alternativos para a compreensão do conteúdo proposto.

O GeoGebra influiu positivamente no desempenho acadêmico dos alunos pesquisados, mas qualquer ferramenta tecnológica tem limitações que devem ser levadas em conta ao elaborar propostas didáticas para ensinar Matemática. Uma limitação do GeoGebra foi a necessidade de resolver as questões no papel para entender o passo-a-passo dos desenvolvimentos algébricos. O emprego desse e de outros softwares demandariam também, além de computadores em número adequado e em bom estado de funcionamento, o conhecimento de informática pelo professor e do software pelo aluno.

Referências

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio + Orientações Educacionais Complementares**: ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 2002.

CARRAHER, D.W. A aprendizagem de conceitos matemáticos com auxilio do computador. In: ALENCAR, E.M.S.S. (Org.). **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem**. São Paulo: Cortez, 1992. p. 10-55.

CARVALHO, P.C.P. Fazer Matemática e usar Matemática. Salto para o futuro. Série Matemática não é problema. Boletim 6, 2005. Disponível em: <http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publicationsSeries/150311Matematicaproblema.pdf . Acesso em: 6 fev. 2015.

CHIRÉIA, J.V. Trabalhando com a resolução de problemas na Educação Básica. **Portal dia a dia educação**, 2013. Disponível em:

COLL, C.; SOLÉ, I. **Os professores e a concepção construtivista in o construtivismo na sala de aula**. Schilling, C. (Trad.) São Paulo: Ática, 2009.

COSTA, B.J.F.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. A Educação Matemática no Contexto da Etnomatemática Indígena Xavante: um jogo de probabilidade condicional. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, dez. 2014 (em impressão).

D'AMBROSIO, B.S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **Simpósio Brasileiro de Educação Matemática**, Brasília, ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

FERNANDES, N.L.R. **Professores e computadores**: navegar é preciso. Porto Alegre: Editora Mediação, 2004.

GIL, A.C. **Métodos e Técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1999.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GUERATO, E.T. Dificuldades e Possibilidades no Ensino da Geometria no EJA. 2008. 91 f. Dissertação (Curso de Especialização em Educação Profissional Técnica de Nível Médio na Modalidade EJA) – Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo, São Paulo, 2008.

GUIMARÃES, G.M.A.; ECHEVERRÍA, A.R.; MORAES, I.J. Modelos didáticos no discurso de professores de ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 11, n.3, p. 303322, 2006.

GÜNTHER, H. Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão? **Psicologia:** Teoria e Pesquisa, v. 22 n. 2, p. 201-210, 2006.

GRAVEN, M. Mathematical learning opportunities for young learners with touch screen technology. **Learning and Teaching Mathematics**, vol. 9, p. 43-45, 2011.

GRAVINA, M.A., SANTAROSA, L.M.C. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **PGIE Informática na Educação**: Teoria e Prática, Rio Grande do Sul, v. 2, n.1, p. 73-87, mai. 1999.

HOHENWARTER, M.; FUCHS, K. Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. Documento de trabalho. Áustria: University of Salzburg, 2004. Disponível em: http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf;. Acesso em: 6 fev. 2015.

MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.M. **Fundamentos da metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

MARTINS, L.F. Motivando o ensino da geometria. 2008. 56 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Santa Catarina, 2008. Disponível em: http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00003C/00003C9F.pdf. Acesso em: 6 fev. 2015.

MARTINS, L.V.; FIOREZE, L.A. O uso do software régua e compasso na construção de mosaicos. **Disciplinarum Scientia**, Rio Grande do Sul, v. 9, Série Ciências Exatas, p. 143-162, 2008.

PACHECO, C.B.L.P.M. **Abordagem construtivista com o software régua e compasso no ensino-aprendizagem de triângulos.** 2014. 91 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática) – Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2014.

PAVANELLO, R.M. O abandono da geometria no Brasil: causas e conseqüências. Zetetiké, Campinas, v.1, n. 1, p.7-17, mar. 1993.

PIRES, C. M. C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 11, n.1, p. 145-166, 2009.

PORLÁN, R.; RIVERO, A.; POZO, R.M. Conocimiento profesional y epistemología de los profesores I: teoría, métodos e instrumentos. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 15, n. 2, p. 155-173, 1997.

PORLÁN, R.; RIVERO, A.; POZO, R.M. Conocimiento profesional y epistemología de los profesores II: estudios empíricos e conclusiones. **Enseñanza de lãs Ciencias**, v. 16, n. 2, p. 171-289, 1998.

SCHMITZ, T.; QUADROS, A.P. Caminhos da Geometria na era Digital. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Ijuí. Anais eletrônicos... Ijuí: UNIJUI, 2009. Disponível em: . Acesso em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/MC/MC_28.pdf . Acesso em fev. 2015.

SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO. Currículo Mínimo 2012 Matemática. 2012. 23 p.

SNEDECOR, G.W.; COCHRAN, W.G. **Statistical Methods**. Iowa: State University Press, 1989.

SOUZA, P.R. Algumas considerações sobre as abordagens construtivistas para a utilização de tecnologias na educação. **Laboratório Interdisciplinar em Informação e Conhecimento em Revista**, v. 2, n. 1, p. 40-52, 2006.

TENÓRIO, T.; LEITE, R.M.; TENÓRIO, A. Séries televisivas de investigação criminal e o ensino de ciências: uma proposta educacional. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, vol. 13, n. 1, p. 73-96, jan. 2014.

XAVIER, S.A.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. Uma proposta de ensino-aprendizagem das leis dos senos e dos cossenos por meio do software Régua e Compasso. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 3, p. 158-190, dez. 2014.

ZUIN, E.S.L. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas entre outras considerações. In: REUNIÕES ANPED, 25., 2002. **Anais**... CD-ROM.

Notas

[1] Variável teste $T = 3{,}197530$; graus de liberdade $n = 17$; valor crítico do teste $t_c = 1{,}739607$; hipótese nula de que a variável teste T seria menos que ou igual ao valor crítico.

[2] Variável teste $T = 4{,}610435$; graus de liberdade $n = 19$; valor crítico do teste $t_c = 1{,}729133$; hipótese nula de que a variável teste T seria menor que ou igual ao valor crítico.

[3] Variável teste $T = 2{,}043783$; número de graus de liberdade efetivos $n = 32{,}59991 \approx 32$; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser diferente da média dos progressos da turma controle, valor crítico $t_c = \pm 2{,}036933$; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser menor que a média dos progressos da turma controle, valor crítico $t_c = -1{,}693889$; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser maior que a média dos progressos da turma controle, valor crítico $t_c = +1{,}693889$.

Ligação alternative

https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1008/807 (pdf)