

El Pensamiento Matemático: los 5 pilares de la formación docente en ciencias



Mathematical Thinking: The 5 pillars of teacher training in sciences

Pensamento matemático: os 5 pilares do treinamento de professor de ciências

Shiguay Guizado, Giomar Arturo; Maney Hu Rivas, Gloria; De La Cruz Rioja, Ricardo

-  **Giomar Arturo Shiguay Guizado**
giomar.shiguay@unmsm.edu.pe
Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú
-  **Gloria Maney Hu Rivas**
gloria.hu@unmsm.edu.pe
Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú
-  **Ricardo De La Cruz Rioja**
ricardo.delacruz5@unmsm.edu.pe
Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú

Revista de Investigación en Ciencias de la Educación HORIZONTES

Centro de Estudios Transdisciplinarios, Bolivia
ISSN-e: 2616-7964
Periodicidad: Trimestral
vol. 6, núm. 23, 2022
editor@revistahorizontes.org

Recepción: 21 Febrero 2022
Aprobación: 21 Marzo 2022
Publicación: 02 Junio 2022

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/journal/466/4663295030/>

DOI: <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i23.371>

Al enviar los artículos para su evaluación, los autores aceptan que transfieren los derechos de publicación a la Revista de Investigación en Ciencias de la Educación Horizontes, para su publicación en cualquier medio. Con el fin de aumentar su visibilidad, los documentos se envían a bases de datos y sistemas de indexación, así mismo pueden ser consultados en la página web de la Revista: <https://revistahorizontes.org>. Por último, la Revista se acoge en todo lo que concierne a los derechos de autor, al reglamento de propiedad intelectual del Centro de Estudios Transdisciplinarios Bolivia, el cual se encuentra en la siguiente dirección: <https://www.cetbolivia.org>.



Resumen: El pensamiento matemático en sus múltiples dimensiones y capacidades permite analizar, sistematizar, inferir, abstraer e interpretar información; incluso postular teorías para llegar a la solución de un problema del contexto real con alta demanda cognitiva. Sin embargo, todo ello aún no se desarrolla de forma efectiva en muchos de los programas educativos del nivel básico y superior del Perú y América Latina. El propósito de la investigación hace énfasis en la importancia del desarrollo del pensamiento matemático e identificar los componentes o pilares del pensamiento matemático que deben ser considerados en la formación universitaria del docente en ciencias. La metodología usada fue la revisión sistemática, se seleccionaron bajo los criterios de búsqueda 22 documentos entre tesis y artículos de revisión como original, de las bases de datos: Google Académico, Scielo, Latindex y Dialnet. Se concluyó que el desarrollo del pensamiento se enmarca en los cinco pilares: pensamiento numérico, pensamiento espacial y geométrico; pensamiento métrico, pensamiento aleatorio, pensamiento variacional y de sistemas algebraicos fundamental para una óptima formación docente en ciencias.

Palabras clave: Pensamiento numérico, Pensamiento espacial y geométrico, Pensamiento métrico, Pensamiento aleatorio, Pensamiento variacional y de sistemas algebraicos.

Abstract: Mathematical thinking in its multiple dimensions and capabilities allows analyzing, systematizing, inferring, abstracting and interpreting information; even postulating theories to reach the solution of a real context problem with high cognitive demand. However, all this is still not effectively developed in many of the educational programs at the basic and higher levels in Peru and Latin America. The purpose of the research emphasizes the importance of the development of mathematical thinking and to identify the components or pillars of mathematical thinking that should be considered in the university training of science teachers. The methodology used was the systematic review, 22 documents were selected under the search criteria between thesis and review articles as original, from the following databases: Google

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

Scholar, Scielo, Latindex and Dialnet. It was concluded that the development of thinking is framed in the five pillars: numerical thinking, spatial and geometric thinking, metric thinking, random thinking, variational thinking and algebraic systems, fundamental for an optimal science teacher training.

Keywords: Numerical thinking, Spatial and geometric thinking, Metric thinking, Random thinking, Variational and algebraic systems thinking.

Resumo: O pensamento matemático em suas múltiplas dimensões e capacidades permite analisar, sistematizar, inferir, abstrair e interpretar informações; até mesmo postular teorias para alcançar a solução de um problema real de contexto com alta demanda cognitiva. No entanto, tudo isso ainda não está efetivamente desenvolvido em muitos dos programas educacionais nos níveis básico e superior no Peru e na América Latina. O objetivo da pesquisa enfatiza a importância do desenvolvimento do pensamento matemático e para identificar os componentes ou pilares do pensamento matemático que devem ser considerados na formação universitária de professores de ciências. A metodologia utilizada foi a revisão sistemática, 22 documentos foram selecionados sob os critérios de pesquisa entre tese e artigos de revisão como originais, das seguintes bases de dados: Google Scholar, Scielo, Latindex e Dialnet. Concluiu-se que o desenvolvimento do pensamento está enquadrado nos cinco pilares: pensamento numérico, pensamento espacial e geométrico, pensamento métrico, pensamento aleatório, pensamento variacional e sistemas algébricos, que são fundamentais para uma ótima formação de professores de ciências.

Palavras-chave: Pensamento numérico, Pensamento espacial e geométrico, Pensamento métrico, Pensamento aleatório, Pensamento variável e sistema algébrico Edmodo.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia los conocimientos matemáticos han avanzado de forma paralela con la evolución de la sociedad, debido a los requerimientos y demandas cada vez mayores a los que el hombre se ha enfrentado, no solo en el ámbito de la ciencia y la tecnología sino también en la vida cotidiana (Saenz y Villarreal, 2014). En este sentido, la resolución de problemas matemáticos se debe dar desde los primeros años de la educación primaria, por ello, es importante que los docentes, que conducen el área en los niveles de educación inicial, primaria y secundaria, tengan un grado de pensamiento matemático óptimo que vayan de la mano con procesos didácticos y metodológicos tal como lo afirma Leal y Bong (2015). Esta postura es válida pues la riqueza del desarrollo del pensamiento matemático radica en la concatenación de los contenidos, que deben ser graduales y contextualizados para resolver problemas presentes en la vida cotidiana

Según Gallego et al. (2017) en el momento en que una persona se propone en resolver o plantear un problema matemático, surge la necesidad de razonar y analizar el enunciado, realizando un tratamiento de datos, manipulando y movilizandodistintas estrategias de resolución de problemas. Por otra parte, Saenz y Villarreal (2014) resalta la problemática que arrastra el sistema educativo

desde el siglo pasado, destacando dos factores importantes que contribuyen a este problema: el primer factor es la falta de preparación adecuada por parte de los maestros, tanto en el nivel escolar como universitario, en técnicas y estrategias orientadas a la resolución de problemas en general y al desarrollo del pensamiento matemático en particular.

El segundo factor es que no existe una correcta vinculación con otras áreas y campos formativos durante la formación de los docentes en ciencias, si bien, ellos la reconocen teóricamente, esta no se evidencia en la planificación ni en el seguimiento al aprendizaje de los estudiantes. En ese sentido, la planificación se constituye en un instrumento imprescindible a la hora de construir el conocimiento desarrollando el pensamiento matemático en los estudiantes y en los futuros profesionales de la ciencia. Como lo plantea Vergel-Ortega et al. (2015) la planeación se debe orientar a identificar elementos del contexto con la participación colaborativa de los estudiantes en aras de desarrollar su propio conocimiento y esto será posible por la aproximación de los objetos de estudio al entorno en el que se desarrollan.

El pensamiento matemático se aborda desde dos propuestas teóricas complementarias, por un lado, desde un punto aplicativo de las matemáticas y por otro, bajo un enfoque constructivista, en este punto, Díaz y Díaz (2018) consideran que el pensamiento matemático es una cualidad necesaria en la mayoría de las esferas de la vida; ahí radica la importancia de formar a los futuros docentes de ciencias con estrategias que les permita desarrollar su pensamiento matemático de forma óptima, esto quiere decir que tenga la capacidad de resolver problemas. Bajo esta idea, se considera que los estudiantes son seres activos que, en la búsqueda de la solución de problemas, desarrollan su pensamiento matemático. Asimismo, Cantoral et al. (2011) desde el enfoque socioepistemológico sostienen que la teoría del aprendizaje de la matemática no solo debe estar orientada a la resolución de problemas de tipo abstracto, sino que esta debe permitir desarrollar el pensamiento matemático para resolver diferentes situaciones de contexto real.

La principal consecuencia de no abordar esta problemática sería no lograr un desarrollo adecuado del pensamiento matemático en sus diferentes dimensiones (numérico, espacial - geométrico, métrico, aleatorio y variacional) tanto en estudiantes como en profesionales de la ciencia, ya que al no identificarse los factores que condicionan el desarrollo, no habría forma de cuantificar o establecer parámetros que permitan determinar si existe un adecuado o deficiente pensamiento matemático, siendo este un elemento indispensable para la solución de problemas en diferentes áreas de la vida, más aún en un mundo que evoluciona constantemente, producto del desarrollo de las tecnologías y la globalización (Díaz y Díaz, 2018). En ese sentido, es importante entender que el pensamiento matemático, de naturaleza compleja y holística, contiene aristas o componentes que constituyen un soporte o pilar para el dominio de la matemática.

Este tipo de pensamiento abarca varios sistemas: el numérico y métrico que permite resolver problemas de cantidad y medida (exacta o aproximada); el sistema espacial-geométrico que aborda problemas que involucren movimiento, localización y forma que junto con el análisis de cambio (la parte variacional) se arriba a la construcción del sistema algebraico (la generalización), por último, el sistema orientado al pensamiento estadístico-aleatorio que permiten la gestión de datos e incertidumbre (determinación e indeterminación); todos ellos unidos

a los procesos cognitivos de abstracción, deducción, análisis e interpretación contribuyen y desembocan en un adecuado manejo del pensamiento matemático (Díaz y Díaz, 2018).

Por las razones expuestas, es que el presente estudio hace énfasis en la importancia del desarrollo del pensamiento matemático e identificar los componentes o pilares del pensamiento matemático que deben ser considerados en la formación universitaria del docente en ciencias desde la formación universitaria, también identificar, desde el análisis de los artículos, algunas estrategias efectivas que aportaron al desarrollo de dichos pilares del pensamiento matemático.

MÉTODO

La metodología utilizada fue la revisión sistemática, en este sentido, se aplicaron los siguientes criterios de inclusión para la selección de documentos a consultar: (a) búsqueda de fuentes en base al tema en estudio, que es el pensamiento matemático, aplicación del pensamiento matemático en el aula y su relación con la formación docente en ciencias, b) que los escritos se encuentren en idioma inglés, español o portugués. Para los criterios de exclusión se tomaron en cuenta la duplicidad en artículos, c) los años de publicación, que va desde los años 2015 a 2022, excepto para la conceptualización de pensamiento matemático que considera autores canónicos de 1998 y 2011, y d) las palabras claves del presente estudio. Mediante este proceso, se terminaron seleccionando 14 documentos de las bases de datos: Google Académico, Scielo, Latindex y Dialnet. Asimismo, las fuentes seleccionadas fueron tesis de grado de maestría y artículos de revisión como originales (ver Tabla 1).

Tabla 1.
Base de datos

Base de datos	Año de publicación		Año de publicación						
	1998	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Google Académico	1	1				1	1		1
Scielo			1	1		2	1	1	1
Latindex			1		1	1			
Dialnet							1		
Total	1	1		1	1	4	3	1	2

DESARROLLO Y DISCUSIÓN

Pensar matemáticamente no es una corriente o un paradigma reciente, ello data desde los inicios de la humanidad, ya que, a lo largo de la historia, el ser humano se ha visto expuesto a una serie de problemas que han obligado al hombre a desarrollar habilidades y capacidades que le permitan lidiar con problemas cotidianos cuya solución ha dependido en mayor o menor medida de la toma de decisiones con base en la aplicación de herramientas matemáticas. En ese sentido, considera al “pensamiento matemático como una capacidad que

permite interpretar información en la vida diaria, tomar decisiones en función de esa interpretación, así como hacer uso de otros tipos de pensamiento como el analítico y creativo” (Díaz y Díaz, 2018, p.62).

En esta misma línea Cantoral et al. (2011) afirma: “el pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis” (p. 23). Es decir, pensar matemáticamente involucra desarrollar una serie de comportamientos rigurosamente organizados, producto de una praxis y ejecución constante, los cuales constituyen fortalezas en la resolución de problemas.

Según el Ministerio de Educación Nacional (1998) de Colombia subdivide al pensamiento matemático en cinco tipos: Pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos; pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas; pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Esta clasificación del pensamiento matemático permite observar la riqueza y diversidad de situaciones problemáticas que un docente debe dominar y resolver para la construcción del conocimiento desarrollando el pensamiento matemático del estudiante. Por ello, se considera a esta división como los cinco pilares de la formación docente en ciencias

Los 5 pilares del pensamiento matemático

Pilar matemático se entiende como la competencia que brinda soporte teórico metodológico por medio de estrategias para el desarrollo del pensamiento matemático, cada una de ellas presenta particularidades, pero a su vez se relacionan y complementan.

El primer pilar. El pensamiento numérico es indispensable para la formación del docente de ciencias, es uno de los primeros en adquirirse desde una temprana edad, pero también una de las que más se dificulta cuando no se tiene claro la operación adecuada o el sistema en el que se está trabajando. En la formación del docente en ciencias es necesario desarrollar estrategias que le permitan al futuro profesor manejar con habilidad y creatividad las cantidades exactas o proporciones, ya sea para una comprobación teórica o para una demostración en laboratorio. Por ejemplo, para calcular la cantidad de sustancia para una reacción química, la aceleración que debe tener un cuerpo para optimizar el tiempo en el caso de física o la tasa de interés que el cliente de una entidad bancaria debe elegir para obtener la mayor rentabilidad en el caso de matemática Díaz y Díaz (2018);

El segundo pilar. El pensamiento espacial y geométrico, el cual ayuda al docente del área de ciencias a desarrollar su sentido de orientación en el espacio, los movimientos inherentes a un cuerpo o figura y las propiedades o transformaciones de los mismos. En Física es aplicable a vectores resultantes, diagrama de cuerpo libre, movimiento rectilíneo, circunferencial, óptica y otros. En la enseñanza de la química se ve favorecido pues tendrá un mejor performance al dictar temas como: configuración electrónica, átomos, hidrostática, gases, entre otros y aún en la biología al estudiar las células y tejidos (Cabrera y Fernández, 2021).

El tercer pilar. El pensamiento métrico, valioso aporte del pensamiento matemático en el desarrollo formativo del docente en ciencias, ya que brinda la posibilidad de estimar cantidades muy pequeñas y muy grandes, las cuales son útiles en la física, cuando se estudia cifras significativas, en matemática usando instrumentos de medición de longitud, peso, volumen o de estimación al desarrollar el tema de notación científica. En química incluso es fundamental para la medición de sustancias y compuestos como peso, volumen o temperatura; es uno de los pilares más relegados ya que se requiere que los cálculos o mediciones se vean respaldados por pruebas empíricas de laboratorio, recursos que lamentablemente no todas las instituciones poseen (Valencia et al., 2018).



Figura 1.
Pilares del Pensamiento Matemático

El cuarto pilar. El pensamiento aleatorio, uno de los que más se ha incrementado en cuanto al uso, ya que dota al docente de ciencias de herramientas y técnicas de recolección, análisis y tratamiento de datos de todo tipo, adicional a ello permite inferir resultados mediante el muestreo y el cálculo de probabilidades. Esto permitirá que el docente de matemática pueda explicar de manera más didáctica los procesos estadísticos que realizan las encuestadoras y la ONPE. El docente de física podrá desarrollar de forma más significativa su enseñanza sobre cinemática y dinámica, ya que en algunos casos requiere analizar varios cuerpos o movimientos para llegar a un resultado general (Cantoral et ál., 2020; Romero, 2020).

El quinto pilar. El pensamiento variacional y de sistemas algebraicos, permite desarrollar la parte abstracta de la matemática y de las ciencias, ya que aquí se interactúa no solo con cantidades objetivas sino también con subjetivas para lo que se hace uso de las variables para establecer una relación entre ellas. Por ello el docente debe fortalecer este pensamiento en su formación docente, ya que al hacerlo podrá replicar dicho proceso en la adquisición del mismo por parte de sus estudiantes. Se deduce, a partir de las revisiones, que sin una buena

formación algebraica los contenidos como ecuaciones, desigualdades, funciones y programación lineal en matemática no serían factibles y por ende los contenidos que van asociados a ellos. En física para todos los temas que involucren variables o ecuaciones, como energía, trabajo y movimiento. En química de igual manera para los cálculos químicos, de gases y de átomos. Incluso en la biología para la enseñanza de división celular (Díaz y Díaz, 2018; Oliveira, et al., 2021).

Estas aristas son las que constituyen los pilares del pensamiento matemático en la formación del docente en ciencias y además permite explicar y comprender interrogantes cómo: ¿por qué algunos docentes tienen una mejor didáctica en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias que otros? ¿El desarrollar el pensamiento matemático en los docentes de ciencias favorecen la práctica docente en el aula? En ese sentido, es importante conocer y desarrollar diferentes técnicas, estrategias y metodologías que permitan mejorar el desarrollo del pensamiento matemático. A continuación, se describen los diferentes aportes encontrados en la revisión.

Técnicas, estrategias y metodologías que permiten desarrollar el pensamiento matemático

Pensamiento numérico

Según Díaz y Díaz (2018) para trabajar el pensamiento numérico, el camino más adecuado es utilizar programas heurísticos, tomando como estrategia el trabajo hacia adelante y el trabajo hacia atrás. El trabajo hacia adelante consiste en partir de los datos y a través de inferencias y deducciones llegar a la solución; mientras que en el trabajo hacia atrás se realiza el análisis del problema a partir de lo que se busca, para identificar relaciones entre las exigencias del problema y la información, desarrollando una actividad mental intensa

Cortés et al. (2016) El modelo propuesto consiste en la construcción de un plano cognitivamente vinculado al PA-A (pensamiento aritmético – algebraico) y ETM (espacios de trabajo matemático) que tenga una amplia intersección entre el pensamiento aritmético y el razonamiento algebraico. El cual se desarrolla realizando: I) La articulación entre representaciones y producciones: reconocimiento de un padrón, visualización asociada con un algoritmo de cálculo y un proceso aritmético - geométrico y visualización de un algoritmo general aritmético - algebraico; II) estructura de control cognitivo: la actividad debe ser presentada de manera que las conjeturas de los estudiantes puedan ser corroboradas, y la aritmética y representaciones figurales como una fuente de retroalimentación permanente.

Pensamiento espacial y geométrico

Troncoso (2018) propone trabajar el pensamiento geométrico espacial en su etapa inicial con la estrategia de dibujar mandalas, ya que de esta manera el estudiante empezará a familiarizarse con conceptos como centro geométrico, circunferencia y parábola, de igual forma con la construcción de dibujos

geométricos circulares tomando como referencia imágenes u objetos de su contexto.

En niveles superiores Rojas et al. (2019) propone como técnica el principio heurístico de la visualización, las cuales se componen de los siguientes procesos: Objetivación de figuras geométricas; manipulación geométrica, descomposición e integración y representación analítica. El desarrollo del pensamiento geométrico espacial está ligado a una correcta percepción de objetos, una adecuada atención y el constante ejercicio de la memoria. Esto sumado a un adecuado nivel de abstracción que desemboca con pensar y expresarse con imágenes lo cual desarrolla de forma paralela el pensamiento visual del individuo.

Pensamiento métrico

Escorcia et al. (2013) establece que para lograr un adecuado desarrollo del pensamiento métrico se debe estar constantemente actualizado, ya que progresivamente las formas e instrumentos de medición han ido evolucionando a fin de optimizar el tiempo requerido para el proceso como para aumentar la precisión de dichas mediciones. Por ello, plantea la estrategia de desarrollar talleres por medio de la aplicación de nuevas tecnologías para ello se apoya en la utilización de calculadoras graficadoras y de los softwares matemáticos como son: Cabri geometry, Derive, etc.

Saza et al. (2020) plantea la estrategia del Modelo Alostérico de Aprendizaje, que postula que la estructura mental del estudiante cambia de acuerdo al contexto según la asimilación de los aprendizajes, siendo el estilo de aprendizaje activo el más descollante y siendo la estrategia de las Redes Asociativas Pathfinder (RAP) la que mejores resultados ha dado, ya que permite mediante un test determinar el valor que cada estudiante asigna a los diferentes conceptos del pensamiento métrico y sus relaciones.

Pensamiento aleatorio

Torres (2019) plantea la estrategia de utilizar videos sobre el fútbol y otros deportes para desarrollar el pensamiento aleatorio, con esta información se pueden trabajar temas sobre variables estadísticas, tablas de frecuencias para datos agrupados y no agrupados, gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, medidas de dispersión y proyecciones a partir de ello, a la vez permiten relacionar los juegos y deportes con las apuestas y el azar con lo que afianzan sus conocimientos estadísticas y desarrollan el cálculo de probabilidades con toma de decisiones, despertando de esta forma el interés y acercándose a contextos lúdicos y competitivos.

Ramírez et al. (2018) sustenta la importancia de las estrategias didácticas para el desarrollo del pensamiento aleatorio para lo cual se resalta la importancia de contar con las tecnologías adecuadas, ya que focaliza la atención de los estudiantes y despierta su interés en los temas a tratar. En su estudio plantea la estrategia de utilizar softwares o aplicaciones informáticas, de forma específica el software Geogebra con el que se demostró un mayor progreso en los temas de medidas de tendencia central, medidas de dispersión, entre otros.

Pensamiento Variacional

Martínez-López y Gualdrón-Pinto (2018) en su estudio Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno, arribaron a la conclusión que los estudiantes del nivel secundario muestran ausencia o deficiencia en el uso del pensamiento variacional y que se requieren estrategias distintas e innovadoras para generar el hábito de pensar de forma variacional, algebraica y analítica. A la vez en el estudio se confirmó que una estrategia válida es el uso de herramientas Tics favorece una mejor comprensión en el desarrollo de este pilar, por lo que es necesario que los docentes de ciencias fortalezcan sus conocimientos informáticos y digitales para lograr una enseñanza más contundente de los contenidos que se requieren para fortalecer este pensamiento.

Alarcón, et al. (2019) sostiene que para desarrollar el pensamiento variacional se debe diseñar una serie de acciones organizadas en fases y procedimientos, las cuales pueden ser plasmadas en instrumentos y guías de trabajo para el estudiante. Por ello, propone la estrategia de utilizar y construir material concreto manipulativo, como tablas, figuras, estructuras de bloques para por ejemplo demostrar de forma concreta los productos notables. También aborda la importancia de la socialización para que los estudiantes puedan identificar sus fortalezas y debilidades a fin de brindar un buen soporte emocional y de acompañamiento permitiendo la participación activa del estudiante, base para una correcta evaluación formativa, que en el caso de este estudio tiene una relación directamente proporcional al desarrollo del pensamiento variacional

Ordóñez et al. (2019) afirma que una de las principales debilidades de los estudiantes radica en que están acostumbrados a manejar aritméticamente problemas de áreas y volúmenes lo cual manifiesta el poco afianzamiento de los mismos por expresar cálculos de forma algebraica, por ello el autor plantea 2 estrategias para contrarrestar esta problemática. La primera consiste en aplicar baldosas matemáticas que son bloques o estructuras didácticas en forma de rompecabezas rectangulares o cuadradas que permiten representar expresiones algebraicas que al unirse pueden dar lugar a otras, este material es de gran apoyo ya que le permite al estudiante y al maestro interactuar con material concreto y en grupos de trabajo. La segunda estrategia permite al estudiante modelar geométricamente expresiones algebraicas mediante manipuladores virtuales, estos dispositivos contienen software que permiten mostrar al estudiante la solución de ecuaciones, inecuaciones, polinomio y otros no solo de forma algebraica sino también de forma gráfica geométrica.

Tabla 2.

Técnicas, estrategias y metodologías identificadas en la revisión bibliográfica.

Pilares del pensamiento matemático	Técnicas, estrategias y metodologías	Autor / año
Pensamiento numérico	Estrategias heurísticas de trabajo hacia adelante y hacia atrás. Estrategia denominada ACODESA; Espacios de Trabajo Matemático; Pensamiento aritmético-algebraico.	Díaz y Díaz (2018) Cortés et al. (2016)
Pensamiento espacial y geométrico	Dibujar mandalas como estrategia.	Troncoso (2018)
Pensamiento métrico	Usar el principio heurístico de la visualización como técnica Desarrollar talleres por medio de la aplicación de nuevas tecnologías como estrategia.	Rojas et al. (2019) Escorcia et al. (2013)
Pensamiento aleatorio	Usar el Modelo Alostérico de Aprendizaje como estrategia. Usar videos de deportes como estrategia.	Saza et al. (2020) Torres (2019).
Pensamiento variacional	Utilizar softwares o aplicaciones informáticas como estrategia. Utilizar y construir material concreto manipulativo como estrategia. Uso de herramientas Tics Usar baldosas matemáticas y manipuladores virtuales como estrategias.	Ramírez et al. (2018) Alarcón, et al. (2019) Martínez, et al (2018) Ordóñez et al. (2019)

Luego de la revisión sistemática y el análisis bibliográfico se concluye que el pensamiento matemático es un proceso complejo debido a que su formación y desarrollo (ya sea en el estudiante o en el docente de ciencia) implica ejecutar dos conjuntos de procesos paralelos. Por un lado, la formación del pensamiento propiamente matemático y por otro, el uso de otros procesos intelectuales como el pensamiento analítico, la síntesis, el pensamiento creativo, etc.

Por medio de la revisión sistemática se ha observado que las estrategias más adecuadas para desarrollar el pensamiento numérico están dadas en base a la aplicación de estrategias heurísticas como la construcción de mapas y planos, ya que este pensamiento optimiza sus resultados al trabajar de forma asociativa con el pensamiento geométrico y variacional.

Se ha determinado que el segundo pilar denominado pensamiento geométrico sustenta al pensamiento matemático, ya que desarrolla procesos mentales superiores como la objetivación, la manipulación, descomposición, integración y representación. A la vez contribuye a la formación del docente en ciencias al brindarle la capacidad de implementar estrategias que contribuyan a su práctica docente como es el uso de representaciones por medio del dibujo en mandalas para una fase inicial de aprendizaje.

Se ha identificado 2 grandes razones por las que el tercer pilar: pensamiento métrico debe ser impulsado dentro del desarrollo matemático: la primera es garantizar en el estudiante altos niveles de precisión y el manejo de diversas escalas y unidades de medidas, pero también creatividad para una correcta optimización del tiempo. La segunda, obedece al hecho de alcanzar un ágil

manejo de las tecnologías y equipos diseñados para ese objetivo. Siendo en ambos casos necesario que el docente de ciencias esté preparado no solo para usar los equipos o las escalas, sino para desarrollar estrategias como el Modelo Alostérico de Aprendizaje que permitan un mejor entendimiento del problema y la solución adecuada a la misma.

Por medio de la revisión sistemática se ha establecido el beneficio de trabajar el cuarto pilar: pensamiento aleatorio como soporte para la formación del docente en ciencias, ya que permite al docente de ciencias desarrollar en su estudiante otros procesos mentales como la deducción, la inferencia y la interpretación de datos. Se ha encontrado que las mejores estrategias para el desarrollo de este pilar es acercarlo a contextos deportivos y tecnológicos que son las temáticas que mayor interés generan en la sociedad.

El quinto pilar denominado pensamiento variacional es el que más dificultades ha presentado en los estudiantes, por lo que de acuerdo a los estudios es necesario desarrollarlo de forma complementaria con el pensamiento aritmético y geométrico. Este tipo de pensamiento repercute de forma positiva en la formación del docente de ciencias, ya que propone para el desarrollo de su labor pedagógica el uso de material concreto-manipulativo, lo cual le permite establecer relaciones entre la representación algebraica y la esquematización de la misma. El uso de software educativo y herramientas tecnológicas también coadyuvan a demostrar numérica y gráficamente lo que está expresado de forma algebraica.

CONCLUSIONES

Primero, desarrollar el pensamiento matemático resulta de gran importancia, no solo para el avance en las ciencias sino también en la vida cotidiana; a menudo contamos, estimamos, creamos, analizamos, cuestionamos, suponemos; siempre se está pensando en o hacia algo, o por curiosidad, somos seres pensantes y curiosos. Este tipo de pensamiento implica un alto nivel de integración de procesos cognitivos y creativos que deben ser tomados en cuenta en la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje y en la formación del docente de ciencias; ya que un abordaje adecuado de su proceso va a permitir al docente desarrollar y movilizar estrategias activas e innovadoras para lograr un aprendizaje significativo.

Segundo, el pensamiento matemático es un macro proceso además de complejo, su desarrollo requiere de comprender y abordar sus cinco componentes o pilares: el primer pilar relacionado al pensamiento numérico, que involucra procesos aritméticos. El segundo pilar es el pensamiento geométrico, caracterizado por procesos asociados a la competencia de movimiento, localización y forma. El tercer pilar es el pensamiento métrico referido a las mediciones e instrumentos de medición de baja y alta escala. El cuarto pilar es el pensamiento aleatorio que involucra a la competencia de gestión de datos e incertidumbre y el quinto pilar es el pensamiento variacional que trabaja con contenidos algebraicos relacionados con la competencia de equivalencia, orden y regularidad.

Por último, para lograr desarrollar el pensamiento matemático se requiere del uso de técnicas, estrategias o métodos integradores. Es decir, el docente a partir de la comprensión del pensamiento matemático, los cinco pilares, debe proponer

técnicas y estrategias metodológicas que involucren dos o más componentes del pensamiento matemático.

REFERENCIAS

- Alarcón, A., García, C., y Sepúlveda-Delgado, O. (2019). La evaluación formativa: una herramienta para el desarrollo del pensamiento variacional. *Educación Y Ciencia*, (22), 457– 473. <https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2019.22.e10065>
- Cabrera, M., y Fernández, C. (2021). *Metodología para la enseñanza de la geometría del espacio con empleo de medios tecnológicos*. <http://funes.uniandes.edu.co/23230/>
- Cantoral, R., Alanis, J., Cordero, F. y Farfán, R. (2011), *Desarrollo del pensamiento Matemático* https://www.researchgate.net/publication/261363590_Desarrollo_del_pensamiento_matematico
- Cantoral, R., Ríos Jarquín, W., Reyes Gasperini, D., Cantoral Uriza, E. A., Barrios, E., Fallas Soto, R., Castillo Bárcena, D., Cantoral Farfán, E., Galo Alvarenga, S., Flores García, R., Paredes Cancino, C., García Zaragoza, V., y Bonilla Solano, A. (2020). Matemática Educativa, transversalidad y COVID-19. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 23(1). http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362020000100006&lang=es
- Cortés, J., Hitt, F., y Saboya, M. (2016). Pensamiento aritmético-algebraico a través de un espacio de trabajo matemático en un ambiente de papel, lápiz y tecnología en la escuela secundaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30, 240-264. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/8wwWZs9z7HGtjqwLVsBYcXb/?format=html>
- Díaz, J. y Díaz, R. (2018). Los métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Boletín de Educación Matemática*. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03>
- Escorcia, J., Chaucanés, A., Medrano, A. y Therán, E. (2013). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico en estudiantes de educación básica y media del municipio de Sincelejo. *Revista Científica*. <http://funes.uniandes.edu.co/6663/1/Theran2013Estrategias.pdf>
- Gallego, D., Bustamante, L., Gallego, L., Salcedo, L., Gava, M. y Alfaro, E. (2017). Estudio cuantitativo sobre las concepciones de ciencia, metodología y enseñanza para profesores en formación. *Revista Lasallista de Investigación*, 14(1), 144-161 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=69551301014>
- Leal, S., y Bong, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de Investigación*, 39(84), 71-93 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376140399004>
- Martínez-López, L. G., y Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 91–102. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156>
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Oliveira, F., Filho, M., Souza, A. y Marques, E. (2021). Geogebra en experimentación matemática: una encuesta bibliográfica en revistas indexadas en la plataforma CAPES. *Tecné Episteme y Didaxis TED*, 50. <https://doi.org/10.17227/ted.num50-10582>

- Ordóñez-Ortega, O., Gualdrón-Pinto, E., y Amaya-Franky, G. (2019). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Revista de Investigación Desarrollo e Innovación*, 9(2), 347–362. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9180>
- Ramírez, M., Vargas, L., y Vásquez, F. (2018). Desarrollo del pensamiento aleatorio en el proceso de aprendizaje de las medidas de tendencia central mediante GeoGebra en estudiantes de noveno grado. <http://funes.uniandes.edu.co/14347/>
- Rojas, O. J., Pérez, D. C., y Villarraga, B. A. (2019). Incidencia de la resolución de problemas en la construcción del pensamiento geométrico espacial en la escuela. <http://funes.uniandes.edu.co/14008/>
- Romero, E. (2020). *Estrategia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento aleatorio, significado de probabilidad mediante la enseñanza para la comprensión*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia] <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/78813>
- Saenz, M. y Villarreal, S. (2014) *Lenguajes de los buenos profesores de matemáticas e incidencia en el rendimiento estudiantil*. [Tesis de Maestría, Universidad de Manizales]. <https://ridum.umanizales.edu.co/xmlui/handle/20.500.12746/1571>
- Saza, F., Manosalva, J., Restrepo, B., y Buitrago, P. (2020). Correr y medir: El desarrollo del pensamiento métrico en el contexto de la Educación Física Militar a través del Modelo de Aprendizaje Alostérico y las Redes Asociativas Pathfinder. *Latin-American Journal of Physics Education*, 14(3), 16. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7803871>
- Torres, B. (2019). La Resolución De Problemas Matemáticos Y Su Incidencia En El Aprendizaje Del Pensamiento Aleatorio De Los Estudiantes De Quinto Grado De Educación Básica De La Institución Educativa Liceo Joaquín F. Vélez. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 7(2), 45–52. <https://ojs.docentes20.com/index.php/revista-docentes20/article/view/10>
- Troncoso, M. (2018). Los mandalas y el pensamiento espacial y geométrico en el pre-escolar. *Revista Boletín Redipe*, 7(4), 99–106. Recuperado a partir de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/486>
- Valencia, M., Lucumí, D., y García, A. (2018). Una propuesta metodológica para la enseñanza de las conversiones de unidades de masa y en general el desarrollo del pensamiento métrico y sistemas de medidas en grado quinto de primaria haciendo uso de las prácticas sociales del municipio de Santander de Quilichao Cauca. <http://funes.uniandes.edu.co/14363/>
- Vergel-Ortega, M., Duarte, H., y Martínez-Lozano, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente -Development of mathematical thinking in students of integral calculus its relation with teaching planning. *Revista científica*, 3(23), 17. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.rc.2015.23.a2>