

## Estudio del comportamiento de pilotes bajo carga lateral en arcilla mediante el método de curvas p-y.

Study of the behavior of piles under lateral loading in clay using the p-y curve method.



Vallarino, Ruby; Mejía-Barba, George; Grajales-Saavedra, Francisco; Grajales, francisco

Ruby Vallarino

Universidad Tecnológica de Panamá, Panamá

George Mejía-Barba

Universidad Tecnológica de Panamá, Panamá

Francisco Grajales-Saavedra

Universidad Tecnológica de Panamá, Panamá

francisco Grajales

francisco.grajales@utp.ac.pa

Revista de I+D Tecnológico

Universidad Tecnológica de Panamá, Panamá

ISSN: 1680-8894

ISSN-e: 2219-6714

Periodicidad: Semestral

vol. 19, núm. 1, 2023

orlando.aguilar@utp.ac.pa

Recepción: 06 Diciembre 2022

Aprobación: 25 Febrero 2023

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/journal/339/3394328001/>

Autor de correspondencia: francisco.grajales@utp.ac.pa

**Resumen:** Las investigaciones de pilotes sometidos a cargas axiales y laterales han generado como resultado la creación de softwares especializados en el modelado del comportamiento del pilote para estimar los posibles desplazamientos y efectos en la estructura. Sin embargo, estos softwares tienen un costo elevado que los hace inaccesibles para estudiantes universitarios o jóvenes ingenieros civiles. Considerando esto, el objetivo de la investigación es presentar la metodología utilizada para el análisis de pilotes sometidos a cargas axiales-laterales, con la posibilidad de implementarse en programas como Microsoft Excel o lenguajes de programación de Matlab. La metodología se encuentra conceptualizada en diferentes textos que abordan en profundidad el tema de las cargas laterales en pilotes, por lo que se presentan algunos aspectos relevantes en conjunto con las ecuaciones gobernantes que deben ser aplicadas mediante el método de diferencias finitas. Los resultados generados a partir de la metodología expuesta fueron comparados entre el lenguaje de programación Matlab y el programa Microsoft Excel, y posteriormente con los resultados de una prueba centrífuga publicados en un trabajo de tesis doctoral. Dentro de las diferentes características de cada técnica empleada, se obtuvieron resultados favorables en las curvas obtenidas. Con este artículo se busca generar una fuente de consulta en lo referente al análisis y cálculo de cargas laterales, las cuales juegan un papel importante en el diseño de edificaciones civiles, estructuras costeras y oceánicas.

**Palabras clave:** Cargas axiales en pilotes, cargas laterales en pilotes, curvas  $p-y$ , curvas  $t-z$ .

**Abstract:** Investigations of piles subjected to axial and lateral loads have resulted in the development of specialized software for modeling pile behavior to estimate possible displacements and effects on the structure. However, these softwares have a high cost that makes them inaccessible to university students or young civil engineers. Considering this, the objective of the research is to present the methodology used for the analysis of piles subjected to axial-lateral loads, with the possibility of being implemented in programs such as Microsoft Excel or Matlab programming languages. The methodology is conceptualized in different texts that deal in depth with the subject of lateral loads in piles, so some relevant aspects are presented together with the governing equations that must be applied by means

of the finite difference method. The results generated from the above methodology were compared between the Matlab programming language and the Microsoft Excel program, and subsequently with the results of a centrifugal test published in a doctoral thesis. Within the different characteristics of each technique used, favorable results were obtained in the curves obtained. The purpose of this article is to provide a reference source for the analysis and calculation of lateral loads, which play an important role in the design of civil buildings, coastal and oceanic structures.

**Keywords:** Axial loads on piles, lateral loads on piles,  $p$ - $y$  curves,  $t$ - $z$  curves.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los pilotes son elementos estructurales que tienen la función de transmitir la acción de las cargas distribuidas o concentradas de edificios altos, puentes, torres de transmisión, muros de retención de tierra, estructuras costeras, puertos (muelles y embarcaderos) (ver figura 2), plataformas marinas, otros, hasta el nivel de roca sólida competente o suelo base con las suficientes condiciones de seguridad y de deflexiones tolerables [1], [2], [3]. Durante la formación de ingenieros civiles el tema es abordado ampliamente, al igual que las técnicas para realizar los cálculos de cargas axiales en estos elementos estructurales. Sin embargo, a pesar de que existen metodologías adecuadas para el análisis de cargas laterales, la complejidad y extensión del tema es un reto para su enseñanza.

Por otra parte, existen softwares especializados en realizar estos análisis. Sin embargo, el costo de estos es muy elevado, siendo inaccesibles para la gran mayoría de profesionales. Debido a esta limitante, es que en esta investigación se propone una metodología para ser empleada en el análisis de cargas axiales y laterales en pilotes.

La metodología descrita se deriva de los conceptos de las curvas  $t$ - $z$  y las curvas  $p$ - $y$ , que se fundamentan en el uso de ecuaciones diferenciales gobernantes y el método de diferencias finitas [4]. Al aplicar los métodos previamente mencionados, se obtiene información sobre la posible respuesta de los pilotes al ser sometidos a cargas verticales y horizontales, considerando diferentes tipos de suelos y distintas profundidades [5], [6].

---

## NOTAS DE AUTOR

francisco.grajales@utp.ac.pa

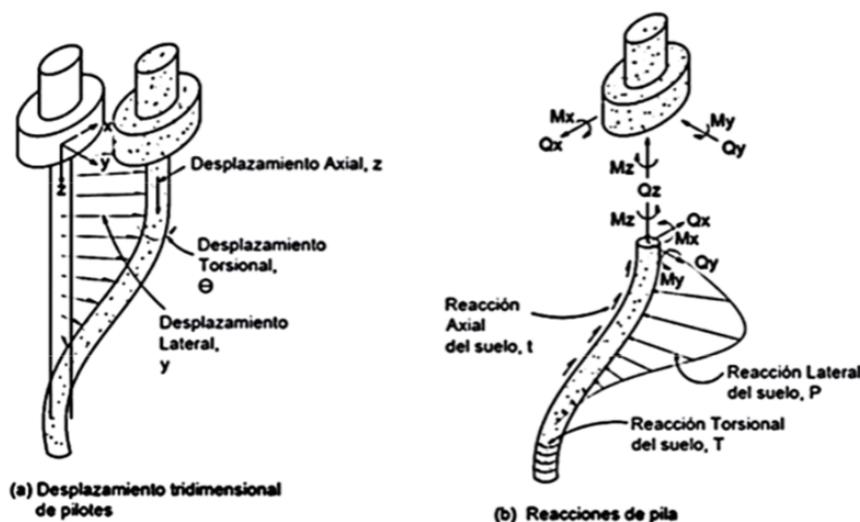


FIGURA 1.

Distribución general de presiones de carga ante la reacción del suelo. Redibujado a partir de [7]

En esta investigación se propone un algoritmo para analizar el efecto viga-columna de un pilote, que permita simular el comportamiento esperado en campo. Contribuyendo de esta forma como una herramienta para estudiantes de ingeniería, haciendo uso de conocimientos básicos en Microsoft Excel y en lenguajes de programación de Matlab, que podría ser una alternativa a los paquetes existentes de análisis de pilotes sometidos a cargas axiales y laterales simultáneamente.

### 1.1 Interacción suelo-estructura

La interacción que se produce entre el suelo y la estructura se considera como un proceso de modificación del terreno debido a la presencia de un elemento constructivo [5].

Cuando entran en contacto el elemento estructural de cimentación profunda y la base de soporte, se pueden movilizar presiones de reacción del suelo ( $t$ ,  $T$  y  $P$ ) ante la presencia de cargas distribuidas sobre cualquier sector de la propia cimentación (ver figura 1), en la cual las fuerzas reactivas son equivalentes a las fuerzas reactivas resultantes “ $Q$  y  $M$ ”, de acuerdo con el principio de equilibrio estático [1].

### 1.2 Transferencia de carga en cimentaciones profundas

Los pilotes transmiten completa o parcialmente la carga aplicada hacia el suelo resistente ubicado a profundidades adecuadas [8], [9]. Por lo que, debe comprender dos componentes principales, las cuales atienden las demandas de cargas axiales (de tracción y compresión) y las cargas laterales (momento flector y cortante) [4], [9].

Además de su aplicación en transferencia de cargas axiales a los estratos de suelo, los pilotes también deben ser diseñados para soportar la demanda lateral, como lo son cargas de viento, ondas marinas (estructuras costeras y marinas), fuerzas sísmicas y estructuras de retención (muros de pilotes) [10], [11].

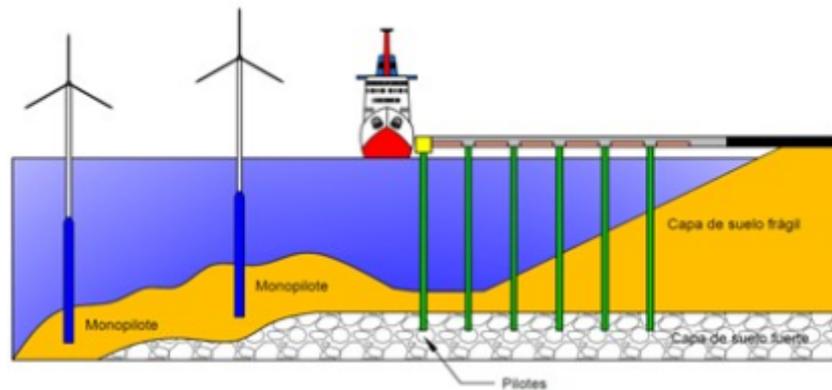


FIGURA 2.

Usos de pilotes en estructuras costeras (Crédito: M. Lange)

### 1.2.1 Método de las curvas $t-z$ y curvas $Q-z$ para el análisis de cargas axiales

El método de las curvas  $t-z$ , se basa en la implementación de resortes verticales a lo largo de cada segmento de pilote (ver figura 3). Estos resortes simulan el comportamiento del pilote ante una carga axial, representado a través de una serie de curvas las cuales permiten mostrar el comportamiento debido al cortante axial " $t$ " como una función del desplazamiento " $z$ ", representando así el apoyo proporcionado por el suelo a lo largo del fuste del pilote [12], [14].

Al igual que el método anteriormente descrito, el método de las curvas  $Q-z$  se emplea adicionalmente para modelar el desplazamiento de punta del pilote " $z$ " con respecto a la carga impuesta " $Q$ ". Ambas metodologías son presentadas para pilotes hincados en suelos granulares y cohesivos, estos procedimientos se encuentran descritos en el manual del American Petroleum Institute [15], así como también en otras fuentes disponibles en la literatura técnica. [12], [14]

### 1.2.2 Método de las curvas $p-y$ para el análisis de cargas laterales

El método de curvas  $p-y$  tiene su origen en los conceptos derivados del método de Winkler (1867) [16]. Esta metodología utiliza el concepto del módulo de reacción para modelar el suelo como un conjunto de resortes independientes [17].

El método de Winkler establece que la resistencia vertical de un terreno, contra fuerzas externas era proporcional a la desviación del terreno. Este concepto se utilizaba para analizar casos de vigas estructurales sometidas a cargas.

Matlock y Reese adaptaron el método de Winkler para analizar el efecto de las cargas laterales sobre pilotes [14], [18]–[19], ya que en la mayoría de los casos los pilotes se comportan como vigas flexibles (similar a una viga girada a  $90^\circ$  analizada por el método de Winkler).

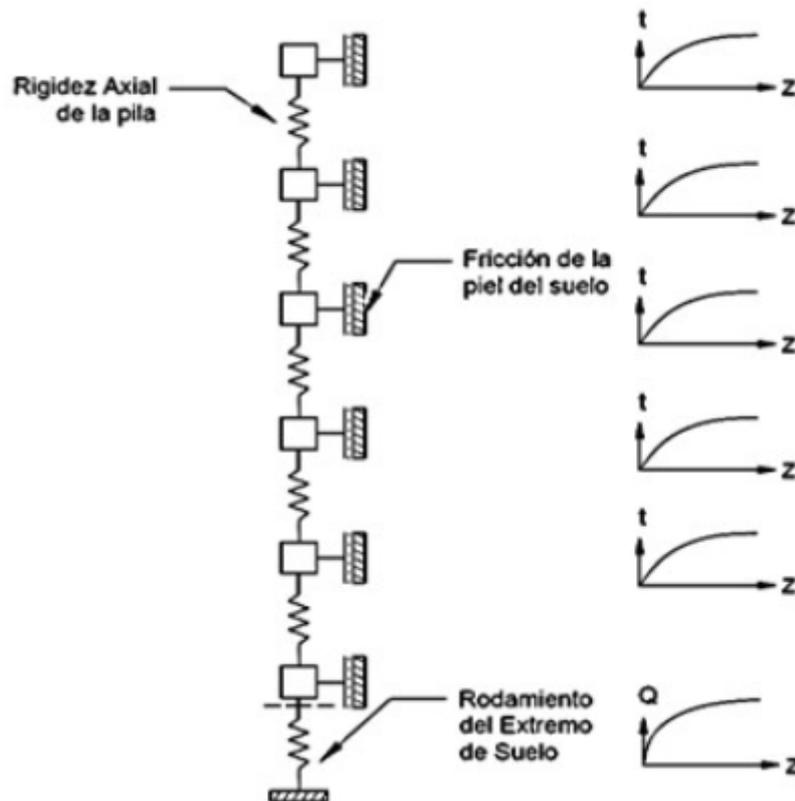


FIGURA 5.

Transferencia de cargas axiales entre segmentos de pila. Redibujado a partir de [22]

La adaptación del método de Winkler para analizar pilotes derivó una metodología que considera la naturaleza no lineal del suelo, modelando este comportamiento mediante resortes no lineales [14], [23]. El método de curvas  $p$ - $y$  considera cargas laterales en diferentes tipos de suelos y a distintas profundidades, ya que estas curvas varían, primeramente, dependiendo del tipo de suelo, así como también con la distancia desde la superficie a la cual se esté analizando el pilote [17], [24]. Las curvas  $p$ - $y$  se derivan a partir de la suposición de que la resistencia lateral “ $p$ ” en cualquier punto en el pilote es función del desplazamiento lateral “ $y$ ” en ese punto (ver figura 4). El análisis de este método considera la relación no lineal entre la resistencia lateral y la deflexión, intentando simular el comportamiento en campo de fundaciones profundas lateralmente cargadas durante experimentos a escala real [25]. La resistencia del suelo se considera, incluyendo una serie de resortes no lineales, con los cuales se puede emplear técnicas numéricas para realizar el análisis del comportamiento carga-deflexión [26].

Finalmente, guías de diseño internacionales como el American Petroleum Institute (1987) y Det Norske Veritas (1977)[27], proporcionan recomendaciones sobre el uso del método de curvas  $p$ - $y$  para el diseño de pilotes en estructuras costeras. Esta metodología ha sido ampliamente utilizada en el diseño de fundaciones en tierra, quedando plasmadas en distintas publicaciones de la Administración Federal de Carreteras de los Estados Unidos [14], [28].

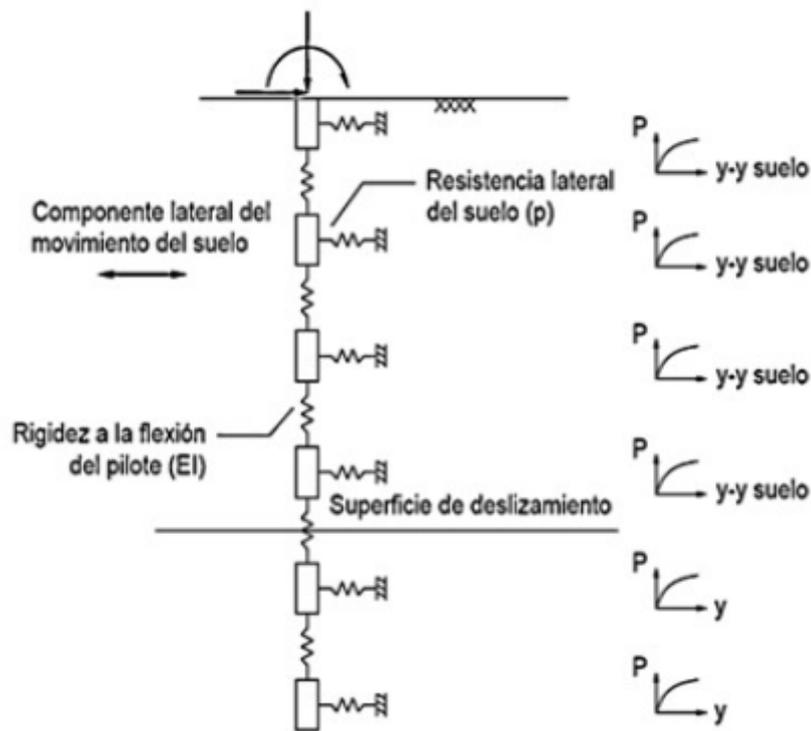


FIGURA 4.  
Función carga-desplazamiento dado por la curva  $p-y$ . Redibujado a partir de [29].

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Las adaptaciones al método de Winkler, incluyendo la no linealidad del suelo mediante resortes, sirvió como base para la derivación de una ecuación diferencial de cuarto orden. Esta ecuación es utilizada en conjunto con el método de diferencias finitas para los análisis de carga lateral en pilotes [30], [31].

Investigaciones realizadas [14], [32] demostraron la posibilidad de implementar un método de solución iterativa considerando la variabilidad del módulo de rigidez de resorte con respecto a la profundidad. Por lo que es necesario analizar el módulo secante o de rigidez de los resortes que se relacionará con la ecuación para incluirlo dentro del efecto viga-columna en los análisis de cargas laterales. Por otra parte, este módulo secante, denominado " $k_s$ " dependerá de factores como el tiempo, la posición de la carga, el ancho y la profundidad de la zona sometida a la carga; esto a razón que " $k_s$ " no es una propiedad única del suelo, sino que depende de la geometría de la cimentación [30], [33].

### 2.1 Ecuación gobernante de cuarto orden para modelar el efecto viga-columna

El comportamiento de un segmento de pilote que está sujeto a cargas axiales y laterales se representa en la figura 5. El uso de las curvas  $p-y$  solo definen la respuesta de la estructura cuando es sometida a carga lateral, ya que la respuesta que arrojan los resortes del suelo es independiente de la carga axial [22]. Sin embargo, una ecuación propuesta por Aubeny [32] modela el comportamiento que puede experimentar el pilote ante cargas tanto laterales, como axiales. Por lo que la ecuación gobernante que toma en cuenta ambos efectos en el pilote está dada por:

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} - T \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dT}{dx} \cdot \frac{dy}{dx} + k_s \cdot y = 0 \quad (1)$$

O bien, en el método de diferencia finita:

$$y_{i-2} + (-4 - a_1 + a_2)y_{i-1} + (6 + 2a_1 + a_3)y_i + (-4 - a_1 - a_2)y_{i+1} + y_{i+2} = 0 \quad (2)$$

Siendo,

$$a_1 = \frac{T_i \cdot \Delta x^2}{EI} \quad (3)$$

$$a_2 = \frac{(T_{i+1} - T_{i-1}) \cdot \Delta x^2}{4EI} \quad (4)$$

$$a_3 = \frac{k_{si} \cdot \Delta x^4}{EI} \quad (5)$$

En donde;

$E$  = módulo de elasticidad del material del pilote.

$I$  = momento de inercia del pilote.

$T$  = carga transferida entre segmentos del pilote.

$K_s$  = relación de módulo secante generado en el pilote.

$y$  = deflexión producida en el pilote.

$\Delta x$  = incremento de profundidad en el pilote.

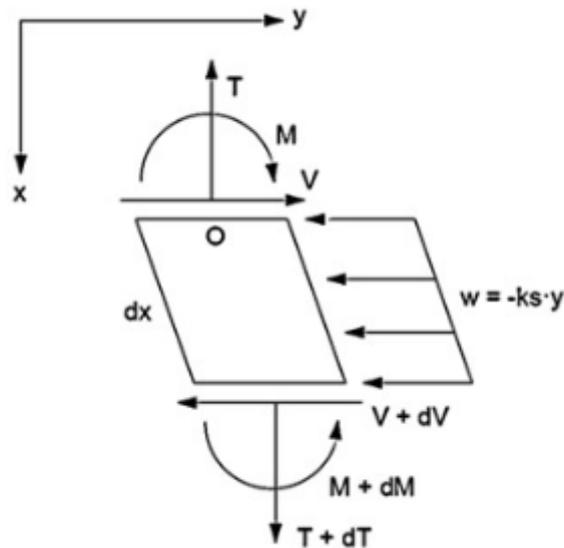


FIGURA 5.

Formulación para combinación de cargas axiales-late rales en un pilote. Redibujado a partir de [22].

## 2.2 Planteamiento de la teoría de diferencias finitas

Para modelar el efecto viga-columna se debe primero evaluar la capacidad axial que se producirá en el pilote a una carga determinada, por lo que se debe recurrir a la derivación de la ecuación gobernante mediante un análisis de equilibrio estático (figura 6), obteniéndose como resultado la siguiente expresión:

$$-EA \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k_{su} = 0 \tag{6}$$

La expresión descrita anteriormente es obtenida a partir del análisis del siguiente esquema:

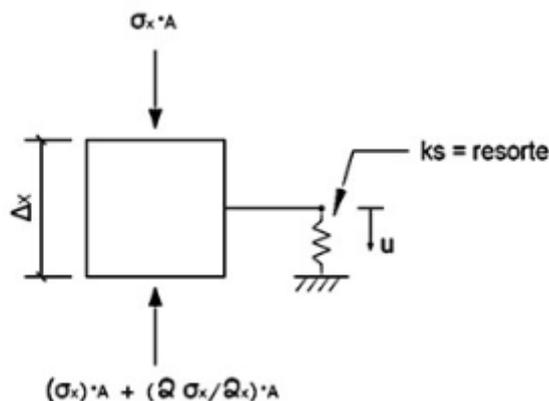


FIGURA 6.

Esquema de análisis de diferencia finita para un elemento de pila. Redibujado a partir de [10].

La forma en diferencia finita de la ecuación gobernante que modela el comportamiento ante carga axial del pilote se presenta a continuación:

$$u_{i+1} - \left( 2 + \frac{k_{Si}(\Delta x)^2}{E_p \cdot A_p} \right) \cdot u_i + u_{i-1} = 0 \tag{7}$$

Esta ecuación es aplicada en la matriz de rigidez (ver figura 8), relacionando de esta forma las cargas axiales por fricción “*t*” y los desplazamientos resultantes “*z*”, a través del método del módulo secante, siendo esta relación descrita en la siguiente ecuación:

$$k_{S(i)} = \frac{t(i)}{z(i)} \tag{8}$$

En donde:

*ks* = representa la constante de rigidez del resorte equivalente.

*t* = corresponde a la fricción producida en la pila.

*z* = representa la profundidad a la cual se esté analizando el efecto producido sobre el resorte equivalente.

*i* = es el número de iteraciones realizadas en este proceso.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & d_2^j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & d_3^j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4^j & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & d_{n-1}^j & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^j \\ u_2^j \\ u_3^j \\ u_4^j \\ \dots \\ \dots \\ u_{n-1}^j \\ u_n^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_v \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ Q^{j-1} \Delta x / EA \end{bmatrix}$$

FIGURA 8. Matriz de rigidez para el análisis de un pilote sometido a carga axial.

Siendo,

$$d_i^j = -2 - \frac{k_{Si}^{j-1} \Delta x^2}{EA} \tag{9}$$

Es necesario tener en cuenta que al construir la matriz de rigidez se deben considerar 2 condiciones de borde (CB) en el pilote.

La primera condición se presenta en la ecuación 10, en esta se debe indicar un desplazamiento vertical inicial (preferiblemente muy pequeño), para de esta forma iniciar las iteraciones por parte del algoritmo.

La segunda condición se muestra en la ecuación 11, la cual representa la capacidad de punta “ $Q_p$ ” desarrollada por el pilote, obtenida mediante el uso de las curvas  $Q-z$ .

$$u_{1,1} = \delta_v \tag{10}$$

$$-u_{n,n-1} + u_{n,n} = \frac{Q_p \text{ máxima} \cdot \Delta x}{E_p \cdot A_p} \tag{11}$$

En donde:

$\delta_u$  = representa la deformación inicial vertical, introducida por el usuario.

$Q_p \text{ máxima}$  = corresponde a la capacidad de punta máxima de la pila.

$E_p$  = representa el módulo de elasticidad del pilote.

$A_p$  = representa el área de la sección transversal de la pila.

Al implementar la matriz de rigidez, se inician las diferentes iteraciones. El primer paso consiste en calcular la inversa de la matriz de rigidez ( $k$ ), para posteriormente multiplicar el resultado obtenido con el vector de respuestas ( $R$ ), generando así los resultados en el vector de incógnitas ( $u$ ). Proceso que se muestra en la siguiente relación matemática:

$$\{u\} = [k^{-1}]\{R\} \tag{12}$$

El proceso iterativo debe terminar cuando el error calculado sea  $< 0.01\%$  (ver figura 14). Este se puede calcular mediante la diferencia presentada en los dos últimos vectores de incógnitas ( $u$ ) encontrado, tal y como se presenta en la siguiente expresión:

$$error = \max(\bar{u}_{j+1} - \bar{u}_j) \tag{13}$$

Donde:

$u_{j+1}$  = corresponde a la última iteración realizada.

$u_j$  = corresponde a la penúltima iteración realizada.

$error$  = debe cumplir con una tolerancia de error  $< 0.01\%$ .

$j$  = corresponde al número de iteraciones que se estén realizando.

Para el análisis de transferencia de cargas, utilizando el método de las curvas  $Q-z$  y  $t-z$ , se hace necesario que los desplazamientos obtenidos en el vector de incógnitas ( $u$ ) sean convertidos en cargas axiales, dicho proceso puede ser realizado mediante la siguiente expresión:

$$T = E_p I_p \cdot \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \tag{14}$$

Esta ecuación se implementará hasta encontrar equivalencia entre cargas axiales y desplazamientos (figura 9). Es necesario resaltar que el pilote debe contar con una mínima cantidad suficiente de elementos, para producir resultados aceptables. A continuación, se presenta la forma de la segunda derivada de diferencia finita:

$$\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i = \frac{f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}}{\Delta x^2} \tag{15}$$

El procedimiento presentado en la ecuación 14, se realizará iterativamente de la siguiente forma:

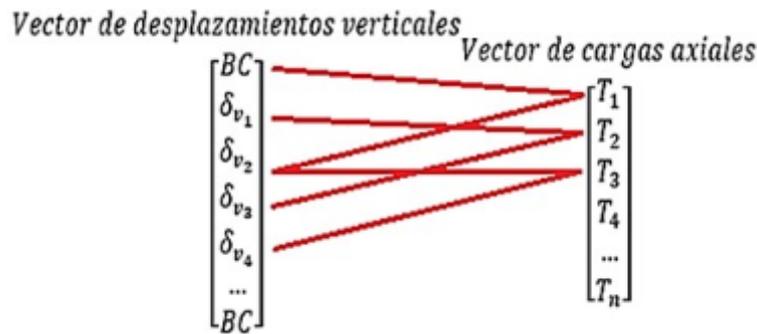


FIGURA 9. Gráfico para el cálculo del módulo de rigidez secante.

Ampliando lo indicado en la imagen anterior, se tiene que BC representara las condiciones de borde dentro del vector de desplazamientos verticales. Las condiciones de borde a los extremos del vector de desplazamientos verticales afectan directamente la respuesta de reacciones internas de la pila (cargas verticales axiales por fricción).

Al encontrar la distribución de cargas axiales “T” a lo largo del pilote, se procederá a establecer las condiciones de borde que rigen la condición inicial y de punta de la pila, las cuales afectan considerablemente los resultados arrojados por el método de curvas p-y.

Las condiciones establecidas en los extremos de la pila intervienen directamente en la matriz de rigidez de efecto viga-columna (ver figura 10); estas condiciones pueden ser encontradas en diferentes literaturas, dentro de los cuales se puede mencionar el “Single Piles and Groups Under lateral Loading” [14].

Las condiciones de borde mostradas responden a los siguientes sistemas de ecuaciones para las posiciones reales dentro de la matriz de rigidez:

$$u_{i,i} = \text{deformación horizontal inicial } \delta_{11}$$

(16)

Condición de borde de momento al inicio del pilote:

$$u_{i+1,i} - 2u_{i+1,i+1} + u_{i+1,i+2} = 0 \tag{17}$$

Condición de borde de momento en la punta del pilote:

$$u_{i+1,i} - 2u_{i+1,i+1} + u_{i+1,i+2} = 0 \tag{18}$$

Condición de borde para cortante en la punta del pilote:

$$-u_{n,n-3} + 3u_{n,n-2} - 3u_{n,n-1} + u_{n,n} = 0 \tag{19}$$

Una vez realizadas las derivaciones para las condiciones de borde, se procede a establecer la matriz de rigidez de efecto viga-columna, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & (-4 - a_1 + a_2) & (6 + 2a_1 + a_3) & (-4 - a_1 - a_2) & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & (-4 - a_1 + a_2) & (6 + 2a_1 + a_3) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} BC \\ BC \\ \delta_{H_1} \\ \delta_{H_2} \\ \dots \\ \delta_{H_n} \\ BC \\ BC \\ BC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{H_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ BC \\ BC \\ 0 \end{bmatrix}$$

FIGURA 10.

Matriz de rigidez de efecto viga-columna para el análisis de un pilote sometido a cargas axiales y laterales.

El valor de módulo secante expuesto en las ecuaciones 1, 5 y 7, para la interpretación de la ecuación gobernante que representa al efecto viga-columna, está dado por la siguiente expresión:

$$k_{S(i)} = \frac{p(i)}{y(i)} \tag{20}$$

En donde:

$p$  = representa la resistencia lateral.

$y$  = deflexión lateral generada en un punto del pilote.

$i$  = es el número de iteraciones realizadas en este proceso.

La resistencia lateral “ $p$ ” puede ser calculada utilizando curvas  $p$ - $y$ , seleccionadas convenientemente según sea el caso de estudio.

Como último paso, al igual que en el método de análisis  $t-z$ , se hace necesario calcular la inversa de la matriz de rigidez del pilote. Luego se multiplica este resultado por el vector de respuestas de desplazamientos laterales (ver ecuación 12). De esta forma, se comparan iterativamente las deflexiones del pilote, hasta obtener una convergencia en base a un error estimado inferior al 0.01% (ver ecuación 13). Este último paso, se expresa mediante la resta entre vectores resultantes de las últimas 2 iteraciones (ver figura 11).

$$\begin{array}{cc}
 \text{Iteración "u}_8\text{"} & \text{Iteración "u}_7\text{"} \\
 \left[ \begin{array}{c} CB \\ CB \\ \delta_{H_1} \\ \delta_{H_2} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \delta_{H_n} \\ CB \\ CB \end{array} \right] & - \left[ \begin{array}{c} CB \\ CB \\ \delta_{H_1} \\ \delta_{H_2} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \delta_{H_n} \\ CB \\ CB \end{array} \right]
 \end{array}$$

FIGURA 11. Cálculo de error entre vectores.

### 2.3 Cálculo de momento y cortante

Al obtener las deflexiones laterales por medio del método descrito anteriormente, se pueden obtener valores de momento y cortante producido sobre la pila (ver figura 12), a partir de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$M = E_p I_p \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{21}$$

$$M = E_p I_p \left( \frac{\delta_{H_{i-2}} - 2\delta_{H_{i-1}} + \delta_{H_i}}{\Delta x^2} \right) \tag{22}$$

$$V = E_p I_p \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \tag{23}$$

$$V = E_p I_p \left( \frac{-\delta_{H_{i-2}} + 2\delta_{H_{i-1}} - 2\delta_{H_{i+1}} + \delta_{H_{i+2}}}{\Delta x^3} \right)$$

Los diagramas de momento y cortante se utilizan para determinar la capacidad de soporte para lo cual fue diseñada la estructura, permitiendo analizar las dimensiones más adecuadas y así comparar los esfuerzos que soporta el material contra los esfuerzos actuantes o los previstos a lo largo de la vida útil del elemento estructural.

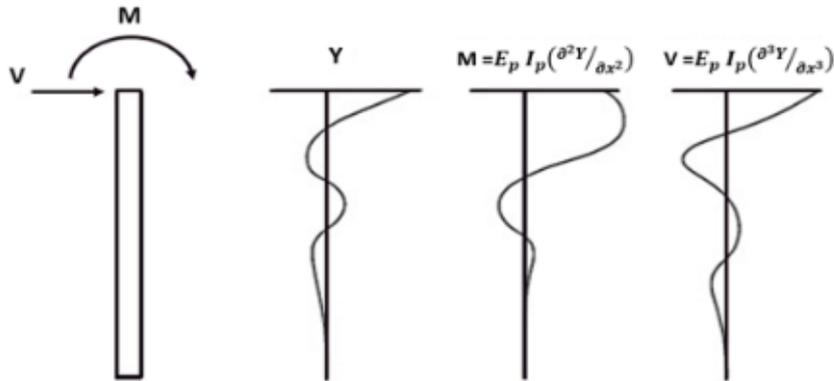


FIGURA 12.  
Diagramas de momento y cortante en un pilote.

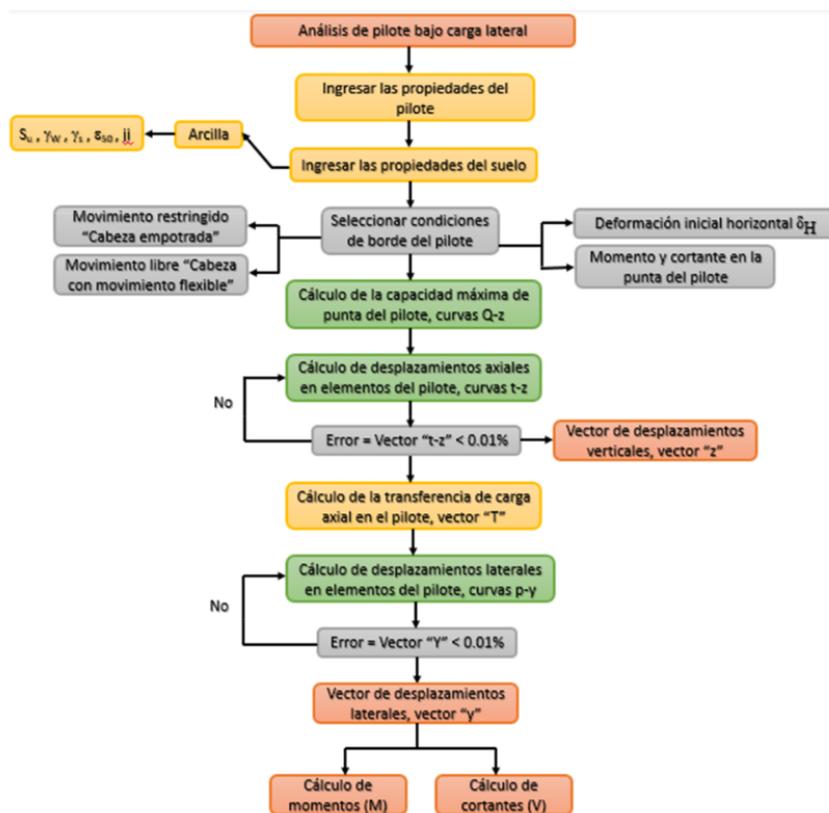


FIGURA 14.  
Flujograma de pasos para desarrollar el algoritmo de pilote bajo carga lateral.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El proceso de validación de la metodología presentada se realizó mediante una comparación con los resultados obtenidos en una prueba centrífuga de laboratorio. Estos resultados fueron publicados por Truong [34] en su tesis doctoral en la Universidad de Western Australia (este documento se encuentra en el repositorio de la UWA y es de libre acceso).

Las pruebas centrífugas se utilizan para probar modelos de problemas geotécnicos; tales como, la resistencia, la rigidez y la capacidad de cimentos para puentes y edificios, asentamiento de terraplenes, estabilidad de taludes, estructuras de retención de tierra, entre otros. La centrífuga puede ser útil para el modelado a escala de cualquier problema no lineal a gran escala para el cual la gravedad es una fuerza motriz principal.

Se realizó la comparación de los resultados obtenidos utilizando el programa Microsift Exel y el lenguaje de programación Matlab en contraste con la prueba centrífuga (ver figura 13). Estos algoritmos incluían el desarrollo analítico para carga axial utilizando las curvas  $Q-z$  y  $t-z$ , además del análisis para cargas laterales utilizando el método de curvas  $p-\gamma$  para arcillas, propuesto por Matlock [35].

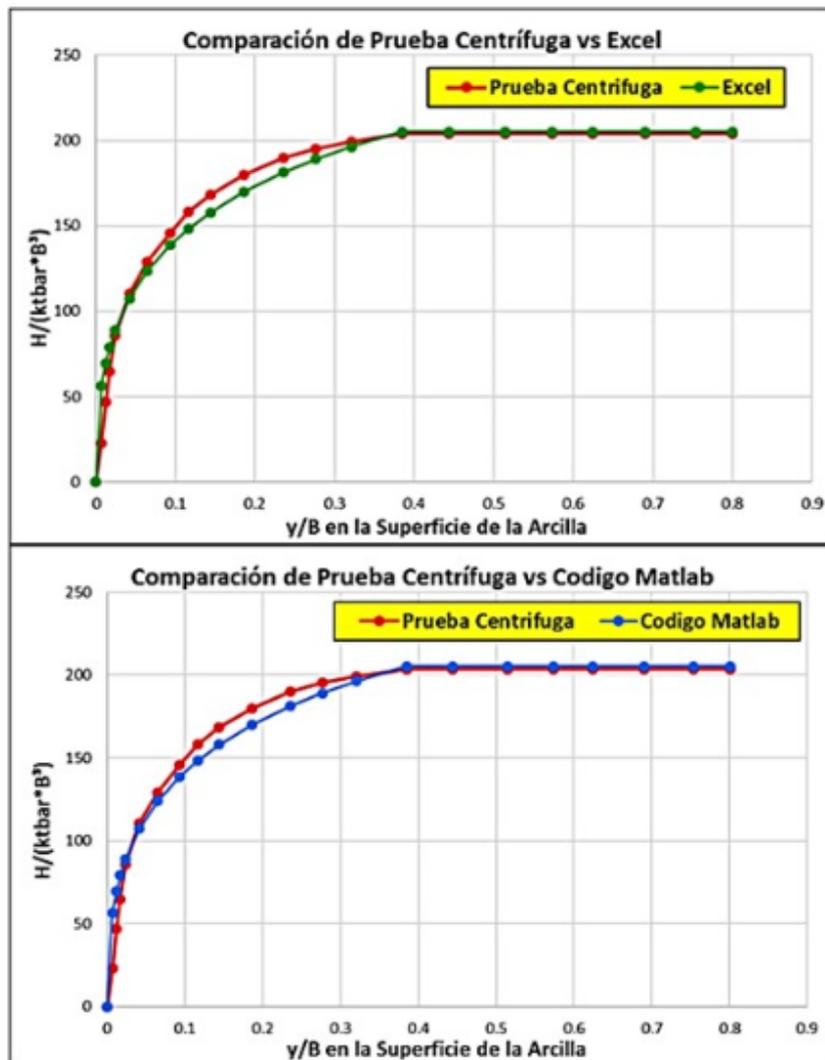


FIGURA 13.  
Comparación de resultados obtenidos en la prueba centrífuga y el algoritmo desarrollado en Microsoft Excel y Matlab.

Analizando los datos obtenidos representados gráficamente se pudo concluir que los resultados generados por el código Matlab y la hoja de Excel son cercanos a los datos de la prueba centrífuga, pero a su vez se mantienen siendo conservadores a razón del método de análisis  $p$ - $\gamma$  utilizado.

Esta comparación muestra que mediante el uso del lenguaje de programación Matlab, en conjunto con los conceptos desarrollados para el análisis del comportamiento de pilotes cargados lateralmente, es posible obtener resultados que modelen el efecto de interacción entre suelo-estructura.

En la tabla 1 se muestran los datos presentados en la figura 13, realizando de esta forma una comparativa entre la variabilidad de los resultados obtenidos en las 3 técnicas.

TABLA 1.  
Comparación entre resultados obtenidos

#	y/B	H/(k <sub>bar</sub> B <sup>3</sup> )		
		Centrifuga	Excel	Matlab
1	0	0	0	0
2	0.0068	22.88	56.43	56.43
3	0.012	 46.99	69.66	69.66
4	0.017	64.56	79.18	79.18
5	0.024	85.81	89.04	89.04
6	0.041	110.33	107.47	107.47
7	0.065	128.71	123.84	123.84
8	0.093	145.45	138.58	138.58
9	0.11	158.11	148.17	148.17
10	0.14	168.31	157.98	157.98
11	0.18	179.74	169.92	169.92
12	0.23	189.93	181.23	181.23
13	0.27	195.22	189.05	189.05
14	0.32	199.29	196.34	196.34
15	0.38	203.75	205.26	205.26
16	0.44	203.75	205.26	205.26
17	0.51	203.75	205.26	205.26
18	0.57	203.75	205.26	205.26
19	0.62	203.75	205.26	205.26

# corresponde al número de iteración realizada.  
y/B corresponde a el desplazamiento lateral normalizado (y (m), B (m), H es la carga lateral aplicada (H (kN)), K<sub>bar</sub>B<sup>3</sup> es la carga lateral normalizada (K<sub>bar</sub> (kPa/m)).

#### 4. CONCLUSIONES

El modelo de curvas *p-y* para arcillas de Matlock fue analizado a profundidad, en conjunto con el Método de Diferencias Finitas.

Los resultados obtenidos en esta investigación demuestran una aproximación a los datos de la prueba centrifuga utilizada como guía. Por lo que, la metodología presentada puede a posteriori, servir de referencia para analizar pilotes sometidos a cargas laterales.

El estudio aquí presentado corresponde exclusivamente a la aplicación de la metodología aplicada en suelos arcillosos a partir de las curvas *p-y* formuladas por Matlock. Por lo que en futuras investigaciones se hace necesario estudiar su implementación en suelos de naturaleza arenosa, estratificada y residual.

Es necesario realizar experimentos complementarios de laboratorio, sobre suelos arcillosos, que permitan medir el comportamiento de pilotes (mediante un modelo a escala) bajo la acción de cargas (verticales y laterales). De este modo, se podría tener una mejor base de datos para llevar a cabo una validación adecuada de la metodología aquí presentada.

En el mercado existen diferentes paquetes de softwares que se especializan en el análisis de cargas laterales en pilotes, utilizando la metodología de las curvas  $p$ - $y$ . Sin embargo, estos paquetes tienen un elevado costo que los hace inaccesible para algunas personas (dedicadas al análisis de comportamiento suelo- estructura). Por lo que, la investigación aquí presentada, es una iniciativa para el desarrollo de un conjunto de algoritmos complementarios para la creación de un software de acceso libre.

## CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

## CONTRIBUCIÓN Y APROBACIÓN DE LOS AUTORES

Introducción, metodología, resultados, conclusiones, figuras, edición, modificación de código por R.V. Metodología, resultados y figuras por G.M., Elaboración de código inicial, Asesor de Tesis y Supervisión F.G. Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración de colegas de la Universidad Tecnológica de Panamá, por su opinión y revisión de este artículo. Se agradece el apoyo de la Dra. Ka Lai Ng y del Dr. Deeyvid Saez, quienes fueron miembros del tribunal evaluador de esta tesis.

## REFERENCIAS

- L. Mejía, “Interacción Dinámica Suelo- Estructura,” Universidad Nacional Autónoma de México, 2017. [Online]. Available: <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/13039/Tesis.pdf?sequence=1>
- B. M. Das, Fundamentos de ingeniería de cimentaciones, 7th ed. Cengage Learning, 2012. [Online]. Available: <https://es.scribd.com/document/278994977/Fundamentos-de-Ingenieria-de-Cimentaciones-Braja-M-Das>
- A. Ebrahim, “Laterally Loaded Piles,” Egipto, 2014. [Online]. Available: <https://es.slideshare.net/ahmedkhalil33/laterally-loaded-piles>
- S. Prakash and H. Sharma, Pile Foundations in Engineering. 1990.
- P. Vásquez, “Comportamiento de pilotes individuales bajo carga lateral: Evaluación de un caso real,” Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, 2010. [Online]. Available: <http://repositorio.ucsg.edu.ec/bitstream/3317/1182/1/T-UCSG-PRE-ING-IC-26.pdf>
- P. Arrúa and A. Gonzalo, “Curvas de transferencia de carga horizontal  $p$ - $y$  para suelos limosos loésicos,” Revista EIA, vol. 11, pp. 131–143, 2009, [Online]. Available: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=149212825010>
- L. M. Bryant and H. Matlock, “Three-dimensional analysis of framed structures with nonlinear pile foundations,” Offshore Technology Conference, 1977.
- F. Chiriboga and M. Moreno, “Evaluación de la Interacción Suelo-Pilote Prebarrenado Bajo Carga Lateral en Suelos Licuables. Caso Real: Puente Peatonal de Muisne,,” Pontificia Universidad Católica del Ecuador,

2018. [Online]. Available: <http://repositorio.puce.edu.ec/bitstream/handle/22000/14557/TESISFINALCHIRIBOGA-MORENO.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- M. Davisson, "Lateral Load Capacity of Piles," *American Society of Civil Engineers*, vol. 96, no. 5, pp. 1583–1604, 1970.
- N. Macavilca, "Estudio Teórico Experimental de un Pilote Bajo Acción de Carga Lateral," *Universidad Nacional de Ingeniería*, 2014. [Online]. Available: <http://cybertesis.uni.edu.pe/bitstream/uni/4474/1/macavilca>
- D. Quintana, "Cálculo de la capacidad de carga bajo fuerzas horizontales en pilotes," *Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas*, 2010. [Online]. Available: <http://dspace.uclv.edu.cu/bitstream/handle/123456789/5824/C10081.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- D. Salmerón, "Desarrollo de código en Matlab para generación de resortes no lineales que representen el comportamiento del suelo (curvas PY, TZ y QZ) a distintas profundidades para análisis de pilotes," *Universidad Católica de Santiago de Guayaquil*, 2018. [Online]. Available: <http://repositorio.ucsg.edu.ec/bitstream/3317/11220/1/T-UCSG-PRE-ING-IC-261.pdf>
- American Petroleum Institute and Approved American National Standards, *Geotechnical and Foundation Design Considerations*, 2015th ed. United State of America, 2015.
- L. Reese and W. van Impe, *Single Piles and Pile Groups Under Lateral Loading*, 2nd ed. Florida United States of America: CRC Press, 2011. [Online]. Available: <https://books.google.mv/books?id=buTqBgAAQBAJ&printsec=copyright#v=onepage&q&f=false>
- American Petroleum Institute, *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design*, 21st ed. Washington D.C. United States of America: American Petroleum Institute, 1993.
- E. Winkler, *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Technik: Für polytechnische Schulen, Bauakademien, Ingenieure, Maschinenbauer, Architecten, etc.* 1867.
- G. Pacheco-Crosetti, "Dynamic Lateral Response of Single Piles Considering Soil Inertia Contribution," *University of Puerto Rico*, 2007. [Online]. Available: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.111.8345&rep=rep1&type=pdf>
- H. Matlock, "A Computer program for the analysis of beam- columns under static axial and lateral loads," *Offshore Technology Conference*, 1977.
- L. C. Reese and W. Cox, "Field Testing and Analysis Of Laterally Loaded Piles In Stiff Clay," *Offshore Technology Conference*, pp. 671–691, 1975.
- L. Reese and H. Matlock, "Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 86, no. 5, pp. 63–94, 1960.
- L. Reese and R. Welch, "Lateral Loading of Deep Foundations in Stiff Clay," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 101, no. 7, pp. 633– 649, 1975.
- A. Verruijt. "Computational Geomechanics. Theory and Applications of Transport in Porous Media." (7ma ed.). 1995. [Online]. Available: [https://doi.org/10.1007/978-94- 017-1112-8\\_6](https://doi.org/10.1007/978-94- 017-1112-8_6)
- S. Sritharan and J. Huang, "Characterizing Lateral Load Behavior of a Pile in Improved Soils Surrounded by Soft Clay Using the Winkler Analysis Concept," *GeoFlorida 2010: Advances in Analysis, Modeling & Design*, vol. 41095, no. Gsp 199, pp. 1622–1632, 2010, doi: 10.1039/tf9696501350.
- C. Carrillo Herrero, "Cálculo De Pilotes Sometidos A Cargas Laterales. Aplicación A Cimentaciones Para Postes Ferroviarios," *Universidad Politécnica de Madrid*, 2018. Accessed: Feb. 08, 2019. [Online]. Available: [http://oaj.aupm.es/50275/1/TFG\\_CANDELA\\_CARRILLO\\_HERRERO.pdf](http://oaj.aupm.es/50275/1/TFG_CANDELA_CARRILLO_HERRERO.pdf)
- P. Jeanjean, Y. Zhang, A. Zakeri, K. H. Andersen, R. Gilbert, and A. I. M. J. Senanayake, "A Framework for Monotonic P-Y Curves in Clays," *Society for Underwater Technology*, vol. 1, pp. 108–142, 2017, [Online]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/320244606\\_A\\_FRAMEWORK\\_FOR\\_MONOTONIC\\_P-Y\\_CURVES\\_IN\\_CLAYS](https://www.researchgate.net/publication/320244606_A_FRAMEWORK_FOR_MONOTONIC_P-Y_CURVES_IN_CLAYS)
- B. McClelland and J. Focht Jr., "Soil modulus for laterally loaded piles," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 82, no. 4, pp. 1–22, 1956.

- Det Norske Veritas, Rules for the design, construction and inspection of offshore structures, 2nd ed. 1977.
- Federal Highway Administration, Design and Construction of Driven Pile Foundations – Volume I, vol. I. 2016.
- J. E. Bowles, Foundation Analysis and Design, 5th ed. Peoria Illinois United States of America: The McGraw-Hill Companies, 1997.
- J. Huang, “Development of modified p-y curves for Winkler Analysis to characterize the lateral load behavior of a single pile embedded in improved soft clay,” Universidad Estatal de Iowa, 2011. [Online]. Available: <https://lib.dr.iastate.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=https://www.google.com/&httpsredir=1&article=3056&context=etd>
- P. Kavitha, K. Beena, and K. Narayanan, “A review on soil– structure interaction analysis of laterally loaded piles,” Innovation Infrastructure Solutions, pp. 1–15, 2016, doi: 10.1007/s41062-016-0015-x
- C. Aubeny. “Geomechanics of Marine Anchors.” (1ra ed.). 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.4324/9781351237376>
- R. Urbina, “Guía para el diseño de pilotes,” Universidad de Piura, 2004. Accessed: Feb. 08, 2019. [Online]. Available: [https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/1370/ICI\\_114.pdf](https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/1370/ICI_114.pdf)
- P. Truong. . “Experimental investigation on the behaviour of laterally loaded piles in soft clay, sand and residual soils.” Doctoral dissertation, University of Western Australia, Australia, 2017. [Online]. Available : [https://api.research-repository.uwa.edu.au/ws/portalfiles/portal/24826405/THESIS\\_DOCTOR\\_OF\\_PHILOSOPHY\\_TRUONG\\_Pauline\\_2017.pdf](https://api.research-repository.uwa.edu.au/ws/portalfiles/portal/24826405/THESIS_DOCTOR_OF_PHILOSOPHY_TRUONG_Pauline_2017.pdf)
- H. Matlock. “Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay.” (1era ed.), 1970. [Online]. Available: <https://doi.org/10.4043/1204-MS>