



Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y  
Educación en Tecnología

ISSN: 1851-0086

ISSN: 1850-9959

editor-teyet@lidi.info.unlp.edu.ar

Universidad Nacional de La Plata

Argentina

Pinto, Renata Cezar; Notare, Márcia Rodrigues  
Geometría Dinâmica Colaborativa: uma análise com o ambiente VMTwG  
Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación  
en Tecnología, núm. 34, 2023, Janeiro-Junho, pp. 98-109  
Universidad Nacional de La Plata  
Argentina

DOI: <https://doi.org/10.24215/18509959.34.e11>

- ▶ Número completo
- ▶ Mais informações do artigo
- ▶ Site da revista em [redalyc.org](http://redalyc.org)



# Geometria Dinâmica Colaborativa: uma análise com o ambiente VMTwG

## Dynamic Geometry Collaborative: an analysis with the VMTwG environment

Renata Cezar Pinto<sup>1</sup>, Márcia Rodrigues Notare<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre/RS, Brasil

[rehpinto@hotmail.com](mailto:rehpinto@hotmail.com), [marcia.notare@ufrgs.br](mailto:marcia.notare@ufrgs.br)

Recibido: 09/02/2022 | Corregido: 10/12/2022 | Aceptado: 09/02/2023

**Cita sugerida:** R. C. Pinto, M. R. Notare, "Geometria Dinâmica Colaborativa: uma análise com o ambiente VMTwG," *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, no. 34, pp. 98-109, 2023. doi: 10.24215/18509959.34.e11

Esta obra se distribuye bajo **Licencia Creative Commons CC-BY-NC 4.0**

### Resumo

Este artigo analisa como os alunos interagem quando inseridos em um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) que integra as funcionalidades do GeoGebra, o Virtual Math Teams with GeoGebra (VMTwG), para a aprendizagem colaborativa de Geometria. O VMTwG permite que os alunos resolvam problemas de forma colaborativa e que o professor acompanhe o processo de construção e colaboração ocorrido durante a resolução da atividade proposta. Para analisar os processos de colaboração entre estudantes no VMTwG e a aprendizagem de conceitos geométricos, realizou-se uma pesquisa, de cunho qualitativo, com alunos do curso de Licenciatura em Matemática durante o Ensino Remoto Emergencial (ERE) na disciplina de Geometria I. As interações ocorridas no ambiente foram analisadas à luz do modelo dos cinco estágios de aprendizagem on-line, em busca de pistas que evidenciassem a aprendizagem colaborativa. Os resultados mostram que o processo de pensar junto colaborativamente proporcionou a apropriação de conceitos geométricos pelos estudantes, evidenciando ações como negociações de significados e construção compartilhada de conhecimento.

**Palavras-chave:** Geometria dinâmica colaborativa; Aprendizagem de geometria; Aprendizagem colaborativa; GeoGebra; VMTwG.

### Abstract

This article analyzes how students interact when inserted in a Virtual Learning Environment (VLE) that integrates the Virtual Math Teams with GeoGebra (VMTwG) as features of GeoGebra (VMTwG), for the collaborative learning of Geometry. VMTwG allows students to solve problems collaboratively and for the teacher to follow the construction and collaboration process that took place during the resolution of the proposed activity. In order to analyze the collaboration processes between students at VMTwG and the learning of geometric concepts, qualitative research was carried out with undergraduate students in Mathematics during Emergency Remote Teaching in the discipline of Geometry I. Interactions in environment were analyzed in the light of the five-stage online learning model, looking for clues that would show collaborative learning. The results show that the process of thinking together collaboratively provided an appropriation of geometric concepts by students, evidencing actions such as negotiations of meanings and shared construction of knowledge.

**Keywords:** Collaborative dynamic geometry; Geometry learning; Collaborative learning; GeoGebra; VMTwG.



## 1. Introdução

No início do primeiro semestre letivo do ano de 2020, o Brasil foi surpreendido com o avanço da pandemia mundial COVID-19, que atingiu todos os estados do país. Abruptamente, teve-se que adaptar o ensino presencial às tecnologias existentes para atender à demanda educacional e contemplar a aprendizagem neste período. Universidades brasileiras passaram a adotar o Ensino Remoto Emergencial (ERE) com o desafio de possibilitar a aprendizagem dispondo dos meios tecnológicos da forma mais adequada às necessidades educacionais dos estudantes.

A utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), que já vêm sendo investigadas no âmbito da Educação Matemática nas últimas décadas, veio ao encontro das necessidades e ações propostas para este período, que tornou urgente a incorporação de recursos tecnológicos efetivos para a promoção da aprendizagem matemática.

Diante desse contexto, esse artigo investiga como os alunos interagem e colaboram quando inseridos no ambiente Virtual Math Teams with GeoGebra (VMTwG), a partir de um estudo realizado com estudantes de primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), na modalidade de Ensino Remoto Emergencial (ERE), em atividades de construções geométricas dinâmicas em grupos, de forma colaborativa, síncrona e on-line. O estudo buscou investigar a seguinte questão: Como estudantes de Licenciatura em Matemática, constituídos em pequenos grupos on-line, colaboram na resolução de problemas de construção geométrica em ambiente de geometria dinâmica?

Nas seções a seguir, apresentamos uma revisão de literatura, com trabalhos relacionados ao uso do VMTwG para a aprendizagem colaborativa em ambiente de geometria dinâmica, os fundamentos teóricos relativos à aprendizagem colaborativa e à geometria dinâmica, os aspectos metodológicos da pesquisa e a análise do experimento prático.

## 2. Trabalhos Correlatos

Para levantar os principais trabalhos relacionados ao uso do VMTwG para a aprendizagem colaborativa de geometria dinâmica, foi realizada uma revisão de literatura a partir da seguinte questão: Quais as contribuições do Virtual Math Teams with GeoGebra para a aprendizagem colaborativa de Geometria? Visando reduzir o escopo de estudos sobre o tema e identificar as contribuições mais relevantes desses estudos, critérios de inclusão e exclusão foram estipulados. Tais critérios possibilitaram melhor delimitar a análise dos dados obtidos nas bases de dados consultadas. A busca foi realizada nas bases de dados Scopus e Web of Science (WoS), considerando a palavra-chave "Virtual Math Teams", gerando a seguinte string de

busca: TITLE-ABS-KEY ("virtual math teams") AND (LIMIT-TO (DOCTYPE, "ar")).

A revisão considerou as fases propostas pelos indicadores de qualidade estabelecidos pela Recomendação PRISMA. O processo de seleção de trabalhos apresenta-se esquematizado no diagrama da Figura 1.

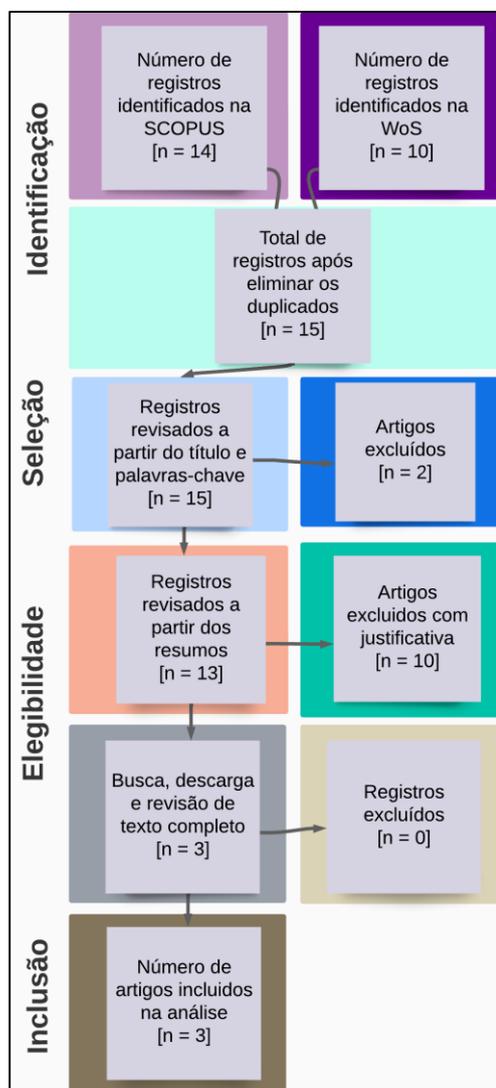


Figura 1. Diagrama de fluxo da revisão bibliográfica

Na fase (1) Identificação, foi realizada uma busca nas bases de dados Scopus e WoS, para as quais foram utilizadas as palavras-chave acima descritas. Na fase (2) Seleção de títulos de documentos, os títulos e palavras-chave foram analisados e as decisões foram tomadas com a intenção de avaliar se as pesquisas aderiam à questão proposta. Dessa forma, foram eliminados textos que não atendiam aos critérios estabelecidos para responder à questão proposta, ou seja, utilizar o GeoGebra e abordar conteúdos de Geometria. Na fase (3) Elegibilidade, foi realizada a análise de resumos, que consistiu na leitura crítica, tomando-se como base os critérios anteriores. Na fase (4) Inclusão, foi realizado download e leitura dos documentos completos.

Com isso, obteve-se três estudos, os quais evidenciam as contribuições do uso do VMTwG para o desenvolvimento

da aprendizagem colaborativa de Geometria. Os estudos apontam que é possível observar avanços nas argumentações matemáticas e apropriação da linguagem específica para fundamentar tais argumentações. A seguir, são apresentadas as pesquisas selecionadas.

Afacan Adanir [1] realizou um estudo de caso, no qual investigou como equipes colaborativas online constroem o entendimento compartilhado de um problema de geometria analítica, usando representações de geometria dinâmica, durante a realização de uma tarefa em que os alunos trabalharam juntos em grupos para resolver um problema de navegação de um navio, utilizando uma carta de navegação que codificava as relações físicas entre pontos de referência na forma de medidas de ângulo e distância. A autora concluiu que a natureza dinâmica do ambiente permitiu que os membros da equipe desenvolvessem uma percepção conjunta dos objetos e suas relações codificadas na cena compartilhada. Embora, em alguns momentos, o software tenha apresentado problemas de usabilidade, tal dificuldade permitiu pensar sobre o problema de novas maneiras, resultando na construção coletiva de significados, conforme apontado pela autora "textos, desenhos e a evolução animada das representações no espaço compartilhado se informavam mutuamente e facilitavam a construção coletiva de significados" (2017, p. 89). [1] percebeu tais evidências ao realizar a organização sequencial das mensagens de bate-papo e ações de desenho desenvolvidas pelos alunos durante a realização da atividade proposta.

Xing et al [2] desenvolveram um modelo de previsão de desempenho final do estudante, considerando os dados de logs do desenvolvimento das atividades propostas no VMTwG, para que o professor possa fazer intervenções adequadas no momento propício, para proporcionar a aprendizagem dos estudantes. Embora o objetivo tenha sido oferecer um modelo de apoio para o professor realizar intervenções pontuais e significativas para proporcionar a aprendizagem dos alunos, os autores não consideraram a qualidade dos resultados finais, nem os aspectos qualitativos do trabalho colaborativo, mas apontaram essa preocupação em relação a trabalhos futuros.

Já, Xing et al [3] desenvolveram um método para avaliar os processos colaborativos e inferir a aprendizagem em grupo a partir de uma perspectiva da Teoria da Atividade centrada na participação, diferente do que ocorre normalmente, quando se avalia o produto e não o processo. Para isso, atividades desenvolvidas no VMTwG podem ser analisadas por meio dos registros de logs dos alunos, em tempo real, possibilitando ao professor identificar situações que necessitem intervenções específicas para proporcionar o desenvolvimento cognitivo do grupo.

A presente pesquisa diferencia-se das demais ao analisar de forma qualitativa e em profundidade as interações ocorridas no VMTwG. Para isso, foi adotado um modelo de ensino e aprendizagem on-line para acompanhar o potencial colaborativo do VMTwG na construção

colaborativa de conhecimento matemático. Destaca-se, também, a relevância das intervenções pontuais do professor para orientar e balizar a aprendizagem dos estudantes, projetando uma análise qualitativa do desenvolvimento do trabalho colaborativo durante o processo de resolução da atividade proposta, considerando uma avaliação contínua durante todo o desenvolvimento da atividade colaborativa.

Na seção a seguir, apresentamos a fundamentação teórica que embasa esta pesquisa.

### 3. Aprendizagem Colaborativa

Na aprendizagem colaborativa, a construção do conhecimento deve-se ao envolvimento do grupo em pensar junto sobre um problema integrando suas diferentes perspectivas até a representação de um resultado compartilhado e negociado por esse grupo. Stahl [4] entende colaboração como o processo de construção de significado compartilhado, e afirma que a construção de significado se dá pela interação social. Ainda, Schmitt e Tarouco [5] consideram que o uso de Tecnologias Digitais (TD) para apoiar a aprendizagem colaborativa pode trazer benefícios para o processo cognitivo e apontam para o campo de estudo que pesquisa sobre o uso de sistemas de computador para apoiar aprendizagem colaborativa, comumente conhecido como Aprendizagem Colaborativa com Suporte de Computador (CSCL).

Para Peters [6], o computador pode exercer diferentes funções tecnológicas na aprendizagem on-line: apresentação da informação; armazenamento; recuperação; comunicação; colaboração; multimídia; simulação, entre outras. Estamos particularmente interessados na comunicação e colaboração. As conexões possibilitadas pela internet significam que diálogos e discussões entre alunos e professores, bem como a interação entre alunos e conteúdo, podem ser mantidos a qualquer hora e a partir de qualquer lugar e em vários níveis, que vão do simples bate-papo a discussões acadêmicas. Com a ajuda da comunicação, é possível o trabalho em equipe. As TDIC permitem a comunicação e a colaboração entre alunos espacialmente distribuídos. Dessa forma, a comunicação na rede torna-se um importante componente da atividade de aprendizagem, em especial, em situações de ensino remoto.

No contexto da aprendizagem de Geometria Dinâmica Colaborativa, os processos de interação social também são importantes, pois trocar ideias, compartilhar dúvidas ou soluções de problemas, expor o raciocínio e os movimentos de pensamento, argumentar, justificar, questionar, fazem parte do desenvolvimento do pensamento geométrico e potencializam o processo de aprendizagem.

Porém, criar um ambiente que instigue os alunos a envolverem-se na atividade de argumentação matemática não é um processo simples [7]. Para que as trocas ocorram, proporcionando construção de conhecimento, é

preciso incentivar os alunos a expressarem suas opiniões, compartilhar suas experiências, expor seus raciocínios, evidenciar posicionamentos divergentes, até que cheguem a consensos matematicamente válidos.

Notare [8] mostrou que a resolução de problemas em fóruns de discussão estimulou o exercício da comunicação e expressão em Matemática. A partir das soluções apresentadas pelos alunos, os mesmos precisaram justificar os meios que levaram aos resultados obtidos. Segundo a autora, este exercício de argumentação leva o estudante a refletir sobre suas ações, conduzindo à tomada de consciência dos conceitos envolvidos na resolução do problema. Para Notare e Pinto [9], as interações ocorridas no fórum podem desencadear diálogos que, muitas vezes, permitem aos alunos avançarem no conhecimento matemático, superando dificuldades, identificando equívocos, refletindo sobre suas concepções e construindo novas estruturas cognitivas que permitem a compreensão de conceitos matemáticos e a argumentação geométrica [9].

Nos Referenciais de Qualidade para EaD [10], a interação entre os estudantes também é valorizada, pois

[...] o uso inovador da tecnologia aplicada à educação deve estar apoiado em uma filosofia de aprendizagem que proporcione aos estudantes efetiva interação no processo de ensino-aprendizagem, comunicação no sistema com garantia de oportunidades para o desenvolvimento de projetos compartilhados[...]

Assim, defendemos que a interação em ambientes virtuais deve proporcionar a colaboração entre os alunos, oportunizando a formação de grupos de estudo, a fim de diminuir a sensação de isolamento, que é apontada como uma das causas da evasão em cursos à distância, e que vem sendo observada também nas experiências em ERE. Nessa perspectiva, é importante que a modalidade de ensino remoto favoreça a interação, permitindo que o estudante se mostre, se integre, forme grupos e colabore, participando de forma efetiva das experiências de aprendizagem. Pallof e Pratt [11] acreditam que, em primeiro lugar, a educação deve abordar questões relativas à identidade e modos de pertencimento, isto é, os aspectos sociais da educação e a necessidade que o aluno tem de participar de um grupo. Nesse sentido, o valor da educação está na participação social e no envolvimento ativo com a comunidade, pois a identidade social conduz à aprendizagem.

Segundo Stahl [12], a aprendizagem colaborativa mediada por computador pode ser entendida como um processo pelo qual um pequeno grupo constrói um novo conhecimento de forma colaborativa com o uso das tecnologias da comunicação. Assim, os grupos constroem o conhecimento por meio de interações on-line. Essas interações podem acontecer em pares ou em grupos, com ou sem a presença de um professor ou de um tutor e, na medida em que as trocas ocorrem e se aprofundam, muitos conceitos podem ser compreendidos e construídos pelo grupo. Stahl [12] afirma que, em muitas situações, é

possível identificar processos de construção de conhecimento que ocorrem na interação e que não podem ser atribuídos a qualquer elemento do grupo, embora a participação dos elementos de grupo seja necessária e importante como fonte de contribuição e interpretação de conceitos e significados.

Os significados produzidos pelo grupo são construídos pelas interações entre os participantes. Pode-se dizer que cada indivíduo aprende a partir dos resultados obtidos pelo grupo da mesma forma em que o grupo só pode aprender a partir das aprendizagens e contribuições de cada indivíduo.

Para Salmon [13], a construção colaborativa do conhecimento supõe que os participantes se apropriem das tecnologias digitais envolvidas no processo de maneira conjunta com a aprendizagem sobre a área de conhecimento em questão, com e por meio da interação entre eles, considerando o modelo de cinco estágios de aprendizagem on-line (Figura 2): (1) acesso e motivação, (2) socialização on-line, (3) troca de informações, (4) construção de conhecimento e (5) desenvolvimento.



Figura 2. Modelo de ensino e aprendizagem on-line. Adaptado de [13].

Desse modo, Pinto e Notare [14] destacam que a análise das interações ocorridas nos fóruns durante construções matemáticas à luz desses estágios pode indicar pistas de aprendizagem colaborativa. As autoras indicam, também, que a utilização de ferramentas de interação, como fóruns de discussão ou salas de bate-papo, podem ser um importante suporte para o desenvolvimento de interações entre os participantes. Observa-se, assim, a necessidade de planejamento das atividades para organização das salas no ambiente virtual de aprendizagem utilizado, que contemplem discussões relevantes que permitam a verificação de evidências da integração dos processos cognitivos e por meio dos estágios de aprendizagem propostos por Salmon [13].

Nesse estudo, analisamos a construção colaborativa do conhecimento geométrico, utilizando o VMTwG com um grupo de alunos do primeiro semestre de Licenciatura em Matemática, buscando, integrar as tecnologias digitais, por meio de ambientes colaborativos de geometria dinâmica para a aprendizagem de Matemática, com o intuito de

proporcionar um ambiente favorável para construção de conceitos de Geometria. A seguir, apresentamos as características principais de ambientes de geometria dinâmica e as possibilidades de colaboração nesses espaços.

## 4. Geometria Dinâmica com o GeoGebra

Entende-se por geometria dinâmica ambientes digitais interativos para computador ou dispositivos móveis, onde o usuário pode construir e manipular figuras geométricas dinâmicas, considerando suas propriedades e definições e, conseqüentemente, aprimorando sua compreensão e conceituação acerca dos objetos geométricos construídos.

O GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) é um ambiente de geometria dinâmica que integra Geometria, Álgebra e Estatística, proporcionando construções dinâmicas em duas e três dimensões, que podem ser manipuladas e analisadas com o respectivo registro algébrico (Figura 3). Possui versões para desktop e para dispositivos móveis, além da versão on-line.

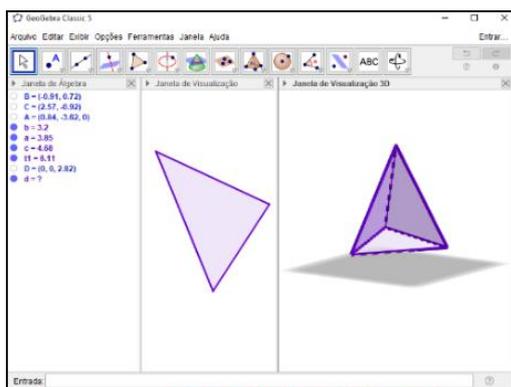


Figura 3. Layout do GeoGebra Classic 5 - versão desktop

A utilização do GeoGebra para a aprendizagem de Geometria proporciona a visualização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático, o que pode potencializar a aprendizagem dos alunos, que podem interagir com as construções realizadas, manipulando os pontos livres e identificando as propriedades dos objetos construídos. Conforme apontam Notare e Basso [15],

A possibilidade de movimentar figuras construídas com propriedades geométricas que as definem faz realçar regularidades e propriedades importantes no processo de argumentação, que se mantêm estáveis durante o movimento e proporcionam um espaço para a elaboração, teste e validação de conjecturas, etapas importantes do processo dedutivo. Mais do que isso, atividades nesses ambientes provocam nos estudantes a necessidade de provar para comprovar o que está sendo observado e abstraído do processo de experimentação e descoberta.

No caso específico da aprendizagem de geometria euclidiana, o processo de construção de figuras geométricas estáveis, ou seja, que não perdem suas propriedades quando movimentadas, exige a imposição de conceitos, definições e propriedades, possibilitando ao aluno colocar em uso conhecimentos teóricos, assim como desenvolver novos conhecimentos no processo de construção.

Realizar essas construções em pequenos grupos pode contribuir para que trocas, compartilhamento de ideias e negociações aconteçam ao longo do processo de construção, incentivando o trabalho colaborativo de forma coordenada, ampliando as possibilidades de envolvimento ativo dos alunos nas atividades de ensino remoto e aumentando a sensação de pertencimento ao grupo. Assim, os alunos são estimulados a desenvolver habilidades para descobrir, interpretar e expressar suas descobertas. A partir da compreensão dos processos de construção do conhecimento geométrico, os estudantes constroem uma identidade colaborativa para participar de reflexões conjuntas.

Nessa perspectiva, apresentamos na seção a seguir o VMTwG, um ambiente de geometria dinâmica colaborativa.

## 5. Virtual Math Teams with GeoGebra

O VMTwG é um ambiente virtual que integra o software de geometria dinâmica GeoGebra com uma sala de aula virtual, trazendo a possibilidade de resolução colaborativa de problemas de Geometria. Segundo Oner [16], o VMTwG configura um ambiente de aprendizagem colaborativa, virtual e de código aberto e oferece interação síncrona baseada em texto (chat) com um aplicativo de geometria dinâmica multiusuário incorporado, o GeoGebra.

O acesso à plataforma é gratuito e, mediante cadastro prévio, os professores podem criar salas de aulas com atividades matemáticas que promovam a resolução interativa, incentivando o trabalho colaborativo. Para isso, Stahl [3] indica que o professor, ao preparar os conteúdos para disponibilizar no ambiente, deve considerar momentos para motivação e orientação com interação contínua, mostrando sua presença social, o que incentiva a participação e o engajamento dos estudantes.

A área de trabalho do VMTwG pode ser visualizada na Figura 4: à esquerda apresenta-se a janela de álgebra e ao centro a janela de visualização do GeoGebra; já à direita, localiza-se o chat para as interações entre os usuários e os botões de tomada de controle.

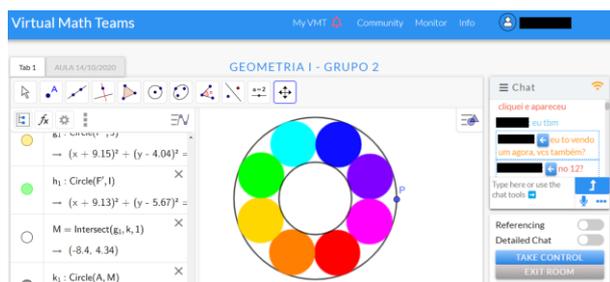


Figura 4. Sala de aula do VMTwG

Com o objetivo de manter a organização na janela de visualização do GeoGebra para que as construções de diferentes usuários não entrem em conflito e sim possibilitem a colaboração, foram definidos os recursos TAKE CONTROL e RELEASE CONTROL (Figura 5). O recurso TAKE CONTROL permite que cada participante acesse, manipule e realize sua contribuição na construção coletiva e compartilhada, enquanto pode ser observado em tempo real pelos demais participantes e por vezes orientado por eles via chat. O recurso RELEASE CONTROL permite liberar o controle para que outro participante manipule e contribua com a construção que está sendo realizada. Esse diferencial do VMT, ou seja, a edição coletiva on-line de uma mesma construção, é importante no processo de aprendizagem colaborativa e o que diferencia esse ambiente dos demais.



Figura 5. Recursos TAKE CONTROL e REALESE CONTROL

Durante as ações ocorridas no ambiente, automaticamente, são gerados dados estatísticos que demonstram a participação e evolução de cada participante. Tais dados poderão ser, posteriormente, analisados pelo professor para identificar e avaliar as estratégias adotadas ao solucionar o problema proposto.

A seção a seguir apresenta os procedimentos metodológicos que conduziram a pesquisa.

## 6. Procedimentos e Métodos

Esta pesquisa tem caráter qualitativo, no sentido atribuído por Bogdan e Biklen [17] quando apontam que “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados” definindo a importância vital do significado nessa abordagem, pois implica que o investigador estabeleça estratégias para investigar a participação ativa dos envolvidos na resolução dos problemas propostos, buscando entender “como é que as pessoas negociam os significados? Como começaram a utilizar certos termos? Como determinadas noções começaram a fazer parte daquilo que consideramos ser o “senso comum”? Qual história natural da atividade ou acontecimentos que pretendemos estudar?” [17].

Com isso, buscou-se investigar: Como estudantes de Licenciatura em Matemática, constituídos em pequenos

grupos on-line, colaboram na resolução de problemas de construção geométrica em ambiente de geometria dinâmica?

Os participantes da pesquisa, alunos do primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática, que cursavam a disciplina de Geometria I na modalidade de Ensino Remoto Emergencial, foram convidados a realizar atividades de construção geométrica no GeoGebra de forma colaborativa, para que pudessem analisar os processos de trocas e negociações durante a resolução dos problemas de construção propostos. Os alunos foram divididos em pequenos grupos (quatro ou cinco componentes) e conduzidos até a sala virtual do VMTwG para resolverem colaborativamente problemas de geometria euclidiana plana em ambiente de geometria dinâmica. Participaram da atividade 17 alunos, que foram organizados em quatro grupos, distribuídos em quatro salas do VMTwG. Para este artigo, vamos analisar os dados produzidos por um dos grupos, por permitir uma análise qualitativa e em profundidade das interações desencadeadas no ambiente. Selecionamos a Equipe 1, por, dentro do período de tempo dedicado à atividade síncrona on-line, aproximar-se mais da solução do problema. Contudo, destacamos que os quatro grupos trabalharam de forma colaborativa e avançaram na resolução da atividade proposta.

Os objetivos centrais da disciplina de Geometria I são: desenvolver autonomia na resolução de problemas geométricos, na formulação e teste de conjecturas; desenvolver o pensamento dedutivo e a argumentação em geometria euclidiana plana, enfatizando as relações de implicação entre axiomas e teoremas; utilizar softwares de geometria dinâmica como ferramentas para a resolução de problemas, construção de modelos, formulação, teste e prova de conjecturas. Na modalidade ERE, foi utilizado o ambiente virtual de aprendizagem MOODLE, organizado semanalmente com videoaulas, materiais teóricos, applets dinâmicos para exploração, atividades e fóruns de discussão para trocas de ideias e dúvidas. Encontros síncronos semanais não obrigatórios via webconferência (MConf) ocorriam, para estreitar as relações entre professor e alunos, fortalecer a sensação de pertencimento de grupo e conversar sobre conceitos, atividades e andamento da disciplina. Todas as semanas, os alunos realizaram construções geométricas em ambiente de geometria dinâmica (GeoGebra), para experimentação e realização de atividades investigativas, formulação de conjecturas e demonstrações geométricas.

A seguir, apresentamos a atividade selecionada para análise.

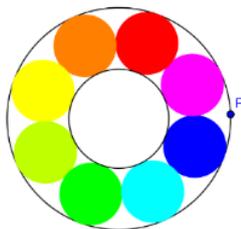
## 7. Geometria Dinâmica Colaborativa: Análise e Resultados

Nesta seção serão descritos e analisados os dados produzidos em um dos encontros síncronos realizados no

ambiente VMTwG para a resolução de uma das atividades da disciplina, considerando os diálogos ocorridos no chat do ambiente, o protocolo de construção e a janela de visualização do GeoGebra no ambiente colaborativo.

A atividade que vamos analisar foi orientada pelo seguinte problema:

*Construa a figura dinâmica abaixo. A construção deve ser realizada a partir da circunferência maior e um ponto P sobre ela, de tal forma que, ao movimentarmos o ponto P da construção, todos os círculos se mantenham tangentes.*



Apresentamos a análise, nos parágrafos a seguir, orientada pelos cinco estágios de aprendizagem on-line propostos por Salmon [13].

#### Estágio 1: Acesso e Motivação

Neste estágio o professor precisa se concentrar em fornecer motivação explícita e definir o andamento e o ritmo da aula, permitindo que os participantes se apropriem e familiarizem com o recurso tecnológico em uso [13]. Nessa perspectiva, a aula remota iniciou por meio de webconferência na plataforma MConf, onde a docente orientou os estudantes a dividirem-se em equipes e os direcionou para quatro salas do VMTwG. Ao ingressarem nas respectivas salas do VMTwG, foram explorando os recursos oferecidos pelo ambiente, até então desconhecidos pelos mesmos, e se cumprimentando, com o objetivo de identificar quais colegas estavam presentes na sala para realizar a atividade em conjunto, caracterizando um momento de interação e socialização [13]. Logo os estudantes perceberam que o ambiente VMTwG não oferecia recurso de áudio, o que foi um empecilho para algumas equipes, que optaram por utilizar um aplicativo de chamada de voz de forma paralela ao uso do VMTwG.

A seguir vamos analisar as interações ocorridas na sala da Equipe 1, que contou com quatro participantes, os quais designaremos da seguinte forma: AC, MB, TK, I5.

#### Estágio 2: Socialização

Após as explorações iniciais do ambiente, proporcionadas pelo estágio anterior, nesse estágio de socialização os participantes identificam os seus pares com o propósito de compartilhar a experiência [13], considerando as diferenças entre um ambiente presencial e um ambiente virtual, especialmente em relação ao “vezamento para conversar ou manipular figuras geométricas e a adoção de papéis interacionais que contribuem para manter a atenção conjunta como um grupo e criação de significado compartilhado” [18]. Podemos observar no diálogo

iniciado por MB, um perfil de liderança na condução da atividade, quando ao entrar na sala logo anuncia que assumirá o controle. Tal conduta é aceita por AC, que concorda delegando “o MB que é o mister geogebra então ele nos guia”. Em um grupo pequeno essas trocas entre colegas disparam o processo de interação, que a partir daí vai se constituindo em socialização e consequentemente, em colaboração em grupo, como veremos a seguir.

#### Estágio 3: Troca de Informações

Este estágio deve ter foco em tarefas e ações, priorizando o conteúdo, permitindo que os participantes compartilhem informações uns aos outros, explicando ou esclarecendo [13]. É neste estágio que os participantes identificam os conceitos geométricos relacionados com a resolução do problema, trocando ideias e informações, externando suas percepções sobre o problema a ser resolvido. Podemos observar (Quadro 1) que MB assume o controle, e continua dialogando com AC via chat, revelando um momento de negociação de significados na escolha da ferramenta e nos elementos geométricos necessários para a construção proposta, conforme mostra extrato de diálogo a seguir.

Quadro 1. Extrato de diálogo no chat VMTwG que evidencia troca de informações

AC: bom, tem que começar criando uma circunferencia e ponto p 30th, 2:32:51  
 MB: so tira a malha e as retas pls 30th, 2:33:56  
 AC: Sera q pode ser c essa ferramenta que tem o centro? 30th, 2:34:39  
 MB: acho que sim, pq no final a gente vai ter q sumir com ela msm 30th, 2:34:59  
 MB: ta a gente tem 8 circulos perfeitininhos dentro de 1 30th, 2:35:55  
 AC: tem alguma coisa a ver com incentro de triângulo sera? 30th, 2:36:33  
 MB: mas a gente teria q saber o angulo 30th, 2:36:56  
 MB: 8 circulos 30th, 2:37:02  
 MB: vou tentar 30th, 2:37:11  
 VMTbot: MB took control 30th, 2:37:15  
 MB: tipo, 8 circulos, 360/8 30th, 2:38:16  
 I5: acho eu, que precisa fazer ai o ponto médio do segmento AP 30th, 2:38:26  
 AC: HMMMM interessante 30th, 2:38:37  
 MB: o triangulo ta ali 30th, 2:39:02  
 MB: encentro 30th, 2:39:04  
 MB: é bissetriz ne ? 30th, 2:39:09  
 AC: issooo 30th, 2:39:16  
 I5: pq dai o circulo menor vai ser do ponto A ate o ponto médio do segmento 30th, 2:39:24

O diálogo ocorrido acima evidencia uma tentativa de estabelecer uma construção de significados em grupo colaborativamente, no qual os envolvidos buscam articular seus pensamentos em busca de um alinhamento cognitivo. O significado vai se construindo ao longo dessas interações colaborativas, uma tentativa de reprodução de diálogo face a face é observada em forma de interjeições “HMMMM”. Confrontando os diálogos ocorridos no chat com o protocolo de construção e as janelas de álgebra e de visualização (Figura 6), observam-se as relações geométricas estabelecidas durante a realização da construção.

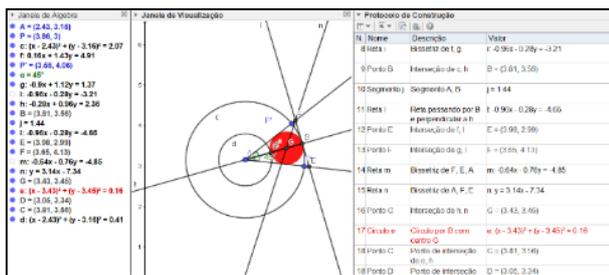


Figura 6. Janelas do GeoGebra: de álgebra, de visualização e protocolo de construção

A equipe iniciou sua construção determinando os pontos A e P e uma circunferência passando por P com centro em A, atendendo, assim, a primeira parte do enunciado do problema. Em seguida, passaram a dialogar sobre como fariam as oito circunferências tangentes para atender à segunda parte do enunciado. AC levanta a hipótese de incentro do triângulo, enquanto MB está pensando sobre qual ângulo será necessário para contemplar as oito circunferências tangentes, dizendo que se fizerem  $360/8$  obterão um ângulo de  $45^\circ$ . A partir das trocas ocorridas no chat, passam a testar suas conjecturas no GeoGebra, definindo uma semirreta f com origem em A passando por P, uma rotação em torno do ponto P com ângulo definido por  $360^\circ/8$ , outra semirreta g com origem em A passando por P'. Nesse momento, MB percebe a formação de um triângulo com um ângulo de  $45^\circ$ , enquanto I5 sugere a construção de um ponto médio no segmento AP. MB retoma a ideia de incentro, já sugerida por AC, e logo avança dizendo "bissetriz, né", evidenciando o entendimento de que a intersecção de bissetrizes determina o incentro de um triângulo. Assim, eles determinam a reta bissetriz h, do ângulo formado pelas semirretas f e g. Então, MB continua a construção até formar o primeiro círculo tangente ao círculo c, ou seja, um círculo inscrito em um triângulo cujo centro é determinado pelo incentro desse triângulo.

*Estágio 4: Construção do conhecimento*

Nesse estágio, observa-se a ampliação da compreensão, pelos diferentes pontos de vista, perspectivas e exemplos, os alunos trabalham juntos buscando articular seus pensamentos em torno de um benefício comum [13]. O professor pode incentivar o diálogo e a colaboração, realizando perguntas que os façam refletir sobre suas ações buscando a compreensão do que está sendo realizado.

Observamos no próximo extrato de diálogo (Quadro 2) que a professora faz uma pequena intervenção mostrando que está acompanhando o desenvolvimento da atividade e os incentivando "estou gostando :-)", pois segundo Stahl et al. [19], estimular e manter uma interação produtiva entre alunos é importante para o sucesso dos processos de colaboração. Os alunos seguem suas discussões e experimentações.

Quadro 2. Extrato de diálogo no chat do VMTwG que evidencia compreensão

**PROFESSORA:** *estou gostando :-)* 30th, 2:40:14  
**VMTbot:** *MB released control* 30th, 2:40:41  
**MB:** *tem um espaço entre a circunferencia menor pros 8 circulos* 30th, 2:40:43  
**MB:** *como a gente vai saber esse espaço* 30th, 2:40:55  
**MB:** *pera vou tentar algo* 30th, 2:41:34  
**I5:** *acho eu, que vai ser o ponto médio do segmento* 30th, 2:41:36  
**AC:** *ook* 30th, 2:41:37  
**MB:** *tenta fazer I5* 30th, 2:41:47  
**VMTbot:** *I5 took control* 30th, 2:41:53

AC comenta que está com dificuldade em identificar as ferramentas em inglês (Quadro 3). Quando TK faz seu primeiro comentário "pessoal eu to meio perdido", AC responde a TK numa tentativa de acolhê-lo e situá-lo na construção: "TK, tu viu a aula dos pontos notáveis? A gente usou o incentro pq dai da pra encontrar as circunferencias internas". Tal situação evidencia uma preocupação de AC em manter todos os participantes da equipe em um mesmo nível de entendimento do processo, o que configura indícios de aprendizagem colaborativa. Stahl et al. [19] apontam que a colaboração é uma atividade coordenada e síncrona, resultado de uma tentativa contínua de construir e manter uma concepção compartilhada de um problema, o que parece estar ocorrendo com a equipe.

Quadro 3. Extrato de diálogo no chat do VMTwG que evidencia colaboração.

**AC:** *jesus não sei essas ferramentas em ingles JSAKJSA* 30th, 2:45:36  
**MB:** *eu decorei por causa da posição só* 30th, 2:45:56  
**MB:** *agora se fizer o incentro é pra dar certo* 30th, 2:46:14  
**TK:** *pessoal eu to meio perdido* 30th, 2:46:38  
**AC:** *TK, tu viu a aula dos pontos notáveis? A gente usou o incentro pq dai da pra encontrar as circunferencias internas* 30th, 2:48:15  
**AC:** *alguem quer fazer o resto?* 30th, 2:48:30  
**AC:** *vamos tentar construir todo resto e limpar* 30th, 2:52:16  
**AC:** *pra ver se fica igual* 30th, 2:52:21  
**MB:** *okay* 30th, 2:52:26  
**AC:** *I5, TK. Tão ai?* 30th, 2:52:59  
**I5:** *sim to tentando entender o que ta acontecendo* 30th, 2:53:15  
**MB:** *tu entendeu o pq dos 45 graus ?* 30th, 2:53:44  
**I5:** *sim isso sim* 30th, 2:53:54  
**MB:** *entao tu consegue enxergar um esbosso de um triangulo AP'P' ?* 30th, 2:54:24  
**I5:** *sim sim* 30th, 2:54:38  
**VMTbot:** *MB released control* 30th, 2:54:50  
**MB:** *ta a gente vai usar um triangulo parecido com esse do esbosso* 30th, 2:54:52  
**I5:** *ai fizemos uma bissetriz isso?* 30th, 2:55:29  
**MB:** *a gente vai fazer uma bissetriz do reta AP' e da AP''* 30th, 2:55:36  
**I5:** *ok* 30th, 2:55:39  
**MB:** *dai agora ela vai marcar o ponto de intersecção ali entre a bissetriz e o circulo* 30th, 2:56:32  
**MB:** *no caso o ponto I* 30th, 2:56:35

Sem interferir na resolução, ao perguntar "o primeiro círculo está tangente?", a professora mostra-se presente e atenta ao que está sendo desenvolvido. Tal questionamento proporcionou a reflexão sobre as ações dos estudantes (Quadro 4), que ao responderem "sim" receberam um feedback: "Então estão no caminho :-)", e seguiram suas reflexões em grupo.

Quadro 4. Extrato de diálogo no chat do VMTwG que evidencia construção do conhecimento

**PROFESSORA:** o primeiro círculo está tangente? 30th, 2:56:50  
**MB:** sim 30th, 2:56:52  
**PROFESSORA:** Então estão no caminho certo :- ) 30th, 2:57:11  
**MB:** agora ela fez uma reta paralela 30th, 2:57:43  
**I5:** o ponto de interseção seria o ponto B? 30th, 2:57:53  
**MB:** eu to ficando perdido com tanta reta 30th, 2:58:09  
**MB:** AC tenta tirar as q nao sao do triangulo em questão 30th, 2:58:20  
**AC:** posso já ir limpando? 30th, 2:59:54  
**MB:** siiim kkkkk 30th, 2:59:59  
**I5:** meu me perdi de como fizeram o círculo ai 30th, 3:00:13  
**AC:** o interno ou o dos 8? 30th, 3:00:27  
**I5:** o círculo a partir do ponto G 30th, 3:00:44

### Estágio 5: Desenvolvimento

Nesse estágio, o professor pode incentivar os alunos a demonstrarem suas capacidades de argumentar sobre os conceitos utilizados e defender suas próprias resoluções, explicando posições adotadas no decorrer da atividade.

Pode-se observar evidências desse estágio no extrato de diálogo do Quadro 5, quando a professora questiona “aqueles que fizeram a construção podem explicar a estratégia?”. AC inicia a explicação da estratégia adotada e é complementada por MB, retomando os conceitos utilizados, o que revela compreensão das ações e construções realizadas. Essa interação pode ser considerada uma colaboração com o colega AC, no sentido de complementar as argumentações do colega.

Quadro 5. Extrato de diálogo no chat do VMTwG que evidencia o estágio de desenvolvimento

**PROFESSORA:** aqueles que fizeram a construção podem explicar a estratégia? 30th, 3:00:58  
**AC:** G é o incentro, então ele é centro da circunferencia interna 30th, 3:01:21  
**AC:** esses 8 círculos são circunferencias internas 30th, 3:01:31  
**MB:** pra chegar no ponto G a gente tem q fazer a bissetriz das 3 retas 30th, 3:01:52  
**MB:** pera ai 30th, 3:02:22  
**AC:** MB, como tu fez os 45 graus? 30th, 3:02:25  
**MB:** angulo fixo msm 30th, 3:02:32  
**AC:** ook 30th, 3:02:36

Durante a explicação dos colegas, I5 percebe-se perdido (Quadro 6) e MB constata “é difícil explicar por chat”, indicando dificuldade em coordenar de forma simultânea as construções geométricas com a descrição dos passos via chat para o colega que solicitou ajuda. Assim, MB pede auxílio para AC “eu vou fazendo e tu vai falando oq eu to fazendo”, revelando coordenação síncrona e trabalho colaborativo entre AC e MB. Essa negociação que se configurou em uma parceria para ajudar o colega não foi explicitada em nenhum momento, mas ocorre de maneira natural articulando um objetivo comum. Apesar do evidente entendimento entre AC e MB, eles procuram integrar os demais componentes do grupo em suas reflexões, explicando e retomando os procedimentos adotados e oferecendo o controle da janela de visualização para que os colegas também possam manipular a construção. Ainda oferecem ajuda, como podemos

identificar nas falas “a gente pode ir te guiando” e “quando tu tiver duvida tu digita q eu paro”, trechos que demonstram preocupação para que todos acompanhem o processo de construção juntos.

Quadro 6. Extrato de diálogo no chat do VMTwG que evidencia momento colaborativo para compreensão conjunta da resolução da atividade

**MB:** I5 quer tentar fazer o proximo ? 30th, 3:03:04  
**AC:** isoooo, dai a gente vai guiandp 30th, 3:03:21  
**VMTbot:** AC released control 30th, 3:03:22  
**I5:** assim, to perdido em como fizeram o círculo DC ali 30th, 3:03:48  
**I5:** desculpa serião galera kkkkkkk 30th, 3:04:01  
**AC:** não precisa se desculpar kajskajs é complicado mesmo 30th, 3:04:16  
**MB:** é difícil explicar por chat 30th, 3:04:22  
**MB:** AC eu vou fazendo e tu vai falando oq eu to fazendo 30th, 3:04:43  
**AC:** Incentro é a intersecção das bissetrizes de um triângulo 30th, 3:05:12  
**VMTbot:** MB took control 30th, 3:05:27  
**MB:** eu tenho esse triangulo 30th, 3:05:54  
**AC:** primeiro a gente teve que criar triângulos. Como são 8, dividmos 360 por 8 e achamos o 45 graus 30th, 3:05:57  
**I5:** ok 30th, 3:06:02  
**AC:** agora a gente quer encontrar o incentro desse triângulo 30th, 3:06:18  
**MB:** isso 30th, 3:06:25  
**AC:** dai a gente usa a ferramenta de bissetriz e marca a intersecção 30th, 3:06:45  
**I5:** ok 30th, 3:06:49  
**MB:** pra achar a bissetriz tu tem q clicar em 2 retas ou 3 pontos 30th, 3:06:54  
**I5:** ok 30th, 3:07:09  
**MB:** eu vou clicar no segmento MN e depois LM 30th, 3:07:17  
**MB:** dai vou ter uma bissetriz 30th, 3:07:23  
**I5:** ok ate ai to entendo 30th, 3:07:48  
**MB:** vou clicar no segmento LM e LN 30th, 3:07:54  
**MB:** dai agora no segmento LN e NM 30th, 3:08:14  
**MB:** o nosso incentro é o ponto O 30th, 3:08:34  
**I5:** aaaaaahhhhh 30th, 3:08:55  
**I5:** ta agora foi 30th, 3:09:00  
**MB:** expliquei certo AC ? 30th, 3:09:09  
**MB:** dsahudsauhsda as vezes eu me confundo 30th, 3:09:17  
**AC:** siiim, é isso que entendi tbm 30th, 3:09:21  
**MB:** ta agora vamo voltar pro nosso trab la e fazer outro triangulo 30th, 3:09:39  
**MB:** quanto tu tiver duvida tu digita q eu paro 30th, 3:10:32  
**MB:** pra gente fazer junto 30th, 3:10:38  
**I5:** ok 30th, 3:10:41  
**MB:** entendeu oq eu fiz agr ? 30th, 3:11:09  
**I5:** sim 30th, 3:11:12  
**MB:** ok 30th, 3:11:16  
**MB:** estamos juntos então 30th, 3:11:22  
**I5:** a bissetriz ne? 30th, 3:11:23  
**MB:** isso 30th, 3:11:29  
**I5:** ok 30th, 3:11:30  
**MB:** entendeu aquela reta la no M 30th, 3:11:56  
**I5:** fez reta perpendicular em M isso? 30th, 3:12:12  
**MB:** quando eu criei a bissetriz 30th, 3:12:54  
**MB:** eu criei aquela reta ali de A cruzando no ponto C 30th, 3:13:11  
**MB:** dai eu fiz uma reta paralela a essa vermelha 30th, 3:14:22  
**MB:** e botei no ponto M 30th, 3:14:27  
**I5:** ta entendi 30th, 3:14:40  
**MB:** agora eu vou fazer as bissetrizes e encontrar o incentro 30th, 3:14:48  
**I5:** ta, agora entendi 30th, 3:15:33  
**MB:** quer tentar fazer o proximo ? 30th, 3:15:46  
**I5:** não não vlv 30th, 3:16:09  
**I5:** mas entendi 30th, 3:16:11  
**I5:** muito obrigada pela paciência galera 30th, 3:16:22  
**MB:** tem certeza ? a gente pode ir te guiando 30th, 3:16:34  
**MB:** capaz a gente ta aqui pra se ajudar 30th, 3:16:46

15: não precisa eu anotei aqui pra tentar de novo depois 30th, 3:16:55  
 15: mas muito obriga gurizada 30th, 3:17:07

O diálogo apresentado no Quadro 6 mostra um esforço de aproximadamente 14 minutos para garantir o engajamento de todos os participantes na compreensão da resolução conjunta da tarefa, demonstrando que os participantes se percebem como um grupo, uma unidade colaborativa. Além disso, observando os diálogos, percebemos que os fragmentos de frases não se sustentam por conta própria, há momentos de interjeições e somente respostas curtas sem necessidade de retomada da ideia principal, são fragmentos de uma discussão que é significativo apenas no nível do grupo, considerando um encadeamento de ideias daquele momento. Para Stahl [3], esses fragmentos indexam elementos importantes da situação compartilhada que seria redundante ou supérfluo nomear. Onde palavras e frases são repetidas, as repetições desempenham papéis importantes de indicar acordo e entendimento compartilhado, que é também percebido pela maneira como os fragmentos tendem a se completar.

Então, após situar todos os participantes sobre os processos estabelecidos para a construção da primeira circunferência tangente, passaram a construção da segunda repetindo o processo de construção e revelando a capacidade de generalização, conforme Figura 7.

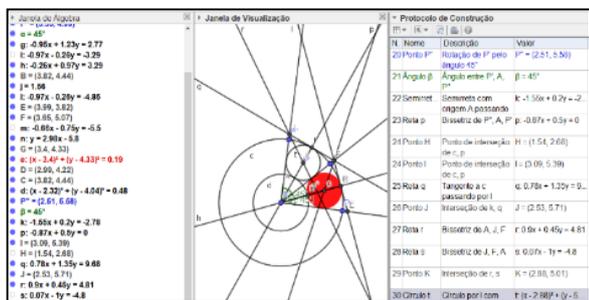


Figura 7. Construção da segunda circunferência tangente

O processo foi repetido até completar as oito circunferências tangentes propostas no enunciado do problema. A Figura 8 ilustra construção final do grupo.

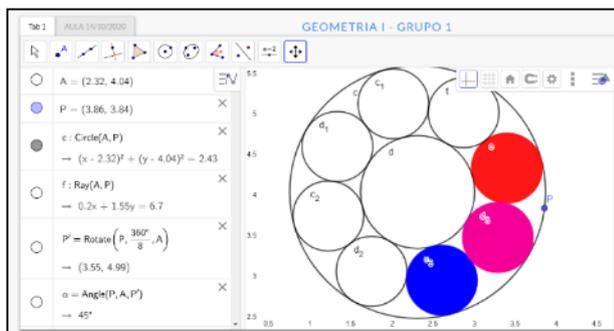


Figura 8.: Resultado final da Equipe 1

Salmon [13] afirma que em cooperação, há mais compartilhamento de objetivos. Ou seja, ao final da experiência os participantes poderão obter

autoconhecimento, refletir e fazer julgamentos sobre a experiência e o conhecimento construído.

## Conclusões

O VMTwG é um ambiente de geometria dinâmica virtual destinado a apoiar a aprendizagem colaborativa. O ambiente fornece uma estrutura com suporte para construções geométricas dinâmicas, que correspondem às janelas de álgebra e de visualização do GeoGebra, e apoio comunicacional, por meio de um chat. Embora alguns estudantes tenham sentido falta da comunicação oral proporcionada por um recurso de áudio, tal recurso pode ser utilizado em paralelo, em complemento às articulações escritas proporcionadas pelo chat. Especificamente, no grupo analisado neste artigo, os diálogos e negociações deram-se por meio exclusivamente do chat, como percebemos nos trechos transcritos. Dessa forma, a investigação permitiu responder à questão norteadora desta pesquisa: Como estudantes de Licenciatura em Matemática, constituídos em pequenos grupos on-line, colaboram na resolução de problemas de construção geométrica em ambiente de geometria dinâmica?

Tratando-se de um grupo de alunos de Licenciatura em Matemática, considera-se que exista uma predisposição a engajarem-se na resolução de problemas matemáticos. No entanto, a pesquisa mostra que estes estudantes foram capazes de resolver o problema como um grupo por meio de um processo colaborativo estruturado e apoiado pelo VMTwG, como pode ser observado nos recortes das transcrições do chat, onde há evidências de articulações com a linguagem matemática, presença do professor incentivando interações colaborativas, engajamento do grupo em prol da aprendizagem colaborativa para resolver o problema conjuntamente, o que resultou no alcance do objetivo proposto. A partir dos dados apresentados e analisados, foi possível identificar os estágios de aprendizagem on-line colaborativa. As interações entre os integrantes do grupo intensificaram-se nos estágios de (2) socialização on-line, (3) troca de informações e (4) construção do conhecimento, proporcionando a compreensão dos conceitos geométricos envolvidos no problema proposto pelos estudantes. Os quatro grupos que participaram da pesquisa apresentaram comportamentos semelhantes e avançaram na construção geométrica proposta. Corroborando com os pesquisadores que deram suporte teórico a esta pesquisa, os quais defendem que o conhecimento é construído socialmente nas interações entre as pessoas antes de ser internalizado como conhecimento individual, identificamos que este processo foi proporcionado durante o desenvolvimento desta proposta quando percebemos evidências de aprendizagem colaborativa dos conceitos matemáticos estabelecidos.

Atualmente, o ambiente VMTwG já conta com uma atualização em seu código fonte, que proporciona a transcrição simultânea de áudio no chat. Este novo recurso, apontado como uma limitação do ambiente por um dos grupos investigados no período em que ocorreu a

pesquisa, pode favorecer e intensificar as interações colaborativas durante a resolução de problemas em grupos e será foco de investigação e análise futura.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## Referências

- [1] G. Afacan Adanir, "Achievement of Joint Perception in a Computer Supported Collaborative Learning Environment: A Case Study," *Turkish Online Journal of Distance Education*, vol. 18 no. 4, 2017. doi: <https://doi.org/10.17718/tojde.340387>
- [2] W. Xing, R. Guo, E. Petakovic and S. Goggins, "Participation-based student final performance prediction model through interpretable Genetic Programming: Integrating learning analytics, educational data mining and theory," *Computers in Human Behavior*, vol. 47, pp. 168-181, 2015. doi: <https://doi.org/10.1016/j.chb.2014.09.034>
- [3] W. Xing, R. Wadholm, E. Petakovic, and S. Goggins, "Group Learning Assessment: Developing a Theory-Informed Analytics," *Educational Technology & Society*, vol. 18, no. 2, pp. 110-128, 2015. [Online] Available: <https://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.18.2.110>
- [4] G. Stahl, *Group cognition: Computer support for building collaborative knowledge*. Cambridge, MA: MIT Press, 2006. [Online] Available: <http://gerrystahl.net/mit/stahl%20group%20cognition.pdf> [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [5] M. A. R. Schmitt and L. Tarouco, "The Use of Project Management Tools to Support the Coordination of Collaborative Learning," in *International Conference on Computer Supported Education*, 2011. [Online] Available: <https://www.scitepress.org/Papers/2011/34742/34742.pdf> [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [6] O. Peters, *A educação a distância em transição*. São Leopoldo: Editora Unisinos, 2009.
- [7] R. B. A. Zulatto, "A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores," Tese (doutorado), Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007. [Online] Available: <http://hdl.handle.net/11449/102133> [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [8] M. R. Notare, "Comunicação e aprendizagem Matemática On-line: um estudo com o editor científico RODA," Tese (doutorado), Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.
- [9] M. R. Notare and R. C. Pinto, "Fórum como estratégia para o engajamento na disciplina de Geometria Plana: análise de uma experiência em Ensino Remoto," *Revista Novas Tecnologias na Educação*, vol. 19, no. 2, 2021. doi: <https://doi.org/10.22456/1679-1916.121181>
- [10] MEC. "Referenciais de qualidade para a educação superior a distância. Ministério da Educação," Secretária da Educação a Distância, 2007. [Online] Available: [http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/legislacao/refea\\_d1.pdf](http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/legislacao/refea_d1.pdf) [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [11] R. Pallof and K. Pratt, *O aluno virtual: um guia para trabalhar com estudantes online*. Tradução de Vinícius Figueira, Porto Alegre: Artmed, 2004.
- [12] G. Stahl, *Translating Euclid: Designing a human-centered mathematics*. San Rafael, CA: Morgan & Claypool, Synthesis lectures on human-centered informatics book series, 2013. [Online] Available: [https://www.morganclaypool.com/doi/suppl/10.2200/S00492ED1V01Y201303HCI017/suppl\\_file/Stahl-ch1.pdf](https://www.morganclaypool.com/doi/suppl/10.2200/S00492ED1V01Y201303HCI017/suppl_file/Stahl-ch1.pdf) [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [13] G. Salmon, *E-Moderating: The Key to Online Teaching and Learning*. London: Kogan Page, 2003.
- [14] R. C. Pinto and M. R. Notare, "Geometria Dinâmica Colaborativa: possibilidades com o GeoGebra," in *Anais do XXVIII Ciclo de Palestras sobre Novas Tecnologias na Educação*, pp. 242-247, 2020. [Online] Available: <https://www.ufrgs.br/cinted/eventos/ciclo/xxviii/anais/> [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [15] M. Notare and M. Basso, "Argumentação e Prova Matemática com Geometria Dinâmica," *Revista Novas Tecnologias na Educação*, vol. 16, no. 1. p. 02, 2009. doi: <https://doi.org/10.22456/1679-1916.86021>
- [16] D. Oner, "Tracing the change in discourse in a collaborative dynamic geometry environment: From visual to more mathematical," *Intern. J. Suporte de Computação. Collab. Aprenda 11*, pp. 59-88, 2016. doi: <https://doi.org/10.1007/s11412-016-9227-5>
- [17] R. C. Bogdan and S. K. Biklen, *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994.
- [18] G. Stahl, *Constructing Dynamic Triangles Together: The Development of Mathematical Group Cognition*. USA: Cambridge University Press, 2015, p. 31. [Online] Available: <http://gerrystahl.net/elibrary/analysis/analysis.pdf> [Accessed: Jan. 30, 2022].
- [19] G. Stahl, T. Koschmann and D. Suthers, "Computer-supported collaborative learning: An historical perspective," in *Cambridge handbook of the learning sciences*, R. K. Sawyer (Ed.), 2006. [Online] Available: <http://gerrystahl.net/pub/chls2.pdf> [Accessed: Jan. 30, 2022].

*Información de Contacto de los Autores:*

**Renata Cezar Pinto**

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Porto Alegre/RS  
Brasil

[rehpinto@hotmail.com](mailto:rehpinto@hotmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-0058-0071>

**Márcia Rodrigues Notare**

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Porto Alegre/RS  
Brasil

[marcia.notare@ufrgs.br](mailto:marcia.notare@ufrgs.br)

<https://orcid.org/0000-0002-2897-8348>

**Renata Cezar Pinto**

Doutoranda em Informática na Educação UFRGS(CAPES),  
Mestra em Educação Matemática pela UFSM, Especialista em  
Matemática, Mídias Digitais e Didática pela UFRGS. Professora  
de Matemática na Educação Básica e Superior.

**Márcia Rodrigues Notare**

Doutora em Informática na Educação (UFRGS). Docente do  
Instituto de Matemática e Estatística (IME-UFRGS), do  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática  
(PPGEMAT-UFRGS) e do Programa de Pós-Graduação em  
Informática na Educação (PPGIE-UFRGS).