



Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y
Educación en Tecnología

ISSN: 1851-0086

ISSN: 1850-9959

editor-teyet@lidi.info.unlp.edu.ar

Universidad Nacional de La Plata
Argentina

Feitosa, Francisco Eteval da Silva
Orquestração Instrumental On line articulada à Teoria das
Situações Didáticas para o ensino de Geometria Analítica Plana
Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación
en Tecnología, núm. 34, 2023, Janeiro-Junho, pp. 82-89
Universidad Nacional de La Plata
Argentina

DOI: <https://doi.org/10.24215/18509959.34.e9>

- Número completo
- Mais informações do artigo
- Site da revista em redalyc.org



Orquestração Instrumental On line articulada à Teoria das Situações Didáticas para o ensino de Geometria Analítica Plana

On-line Instrumental Orchestration articulated with the Theory of Didactical Situations for the teaching of Plane Analytic Geometry

Francisco Eteval da Silva Feitosa¹

¹ Universidade Federal do Amazonas, Amazonas, Brasil

sfeitosa@ufam.edu.br

Recibido: 11/02/2022 | Corregido: 02/11/2022 | Aceptado: 08/02/2023

Cita sugerida: F. E. da Silva Feitosa, "Orquestração Instrumental On line articulada à Teoria das Situações Didáticas para o ensino de Geometria Analítica Plana," *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, no. 34, pp. 82-89, 2023. doi: 10.24215/18509959.34.e9

Esta obra se distribuye bajo **Licencia Creative Commons CC-BY-NC 4.0**

Resumo

Este artigo visa a descrever uma situação didática para o ensino de Geometria Analítica Plana, especificamente na obtenção de reta tangente à circunferência, que foi modelada e fundamentada na Teoria das Situações Didáticas-TSD com o aporte do software GeoGebra em que as sessões didáticas foram consubstanciadas no modelo teórico da Orquestração Instrumental-OI. Além disso, investigou-se indícios evolutivos de conhecimentos profissionais docentes tomando como referências autores que levam em conta a especificidade da docência em Matemática e que reconhecem o saber e o conhecimento do professor e das competências necessárias para a incorporação das TIC nas escolas. Quanto à natureza a pesquisa, é qualitativa com delineamento descritivo. Quanto à técnica de coleta de dados, trata-se de uma pesquisa-ação em que os dados foram coletados a partir de observação, questionário e registros em vídeo. Os participantes foram 12 licenciandos em Matemática de uma universidade pública do Amazonas. A análise dos dados deu indícios de que é possível, com o auxílio do modelo teórico da OI e tendo como recurso principal o software GeoGebra, aplicar as dialéticas da TSD, promovendo não apenas o desenvolvimento lógico-dedutivo para a resolução de problemas de Geometria

Analítica Plana, mas também conhecimentos profissionais docentes para o ensino da matemática.

Palavras chave: Orquestração instrumental; Situação didática; Geometria Analítica Plana.

Abstract

This article aims to describe a didactic situation for the teaching of Plane Analytic Geometry that was modeled and based on the Theory of Didactical Situations - TDS with the support of the software GeoGebra in which the didactic sessions were substantiated in the theoretical model of Instrumental Orchestration - IO. In addition, we investigated the evolutionary indications of teachers' professional knowledge, taking as references authors who take into account the specificity of teaching in mathematics and who recognize the teacher's knowledge and the necessary competences for the incorporation of ICT in schools. As for the nature of the research, it is qualitative with a descriptive design. As for the data collection technique, it is an action research in which the data were collected from observation, questionnaire and video records. The participants were 12 undergraduates in Mathematics from a public University in Amazonas. The study showed that it is possible, with the help of the

theoretical model of IO and having the GeoGebra software as the main resource, to apply the dialectics of TDS, promoting not only the logical-deductive development to solve problems of Plane Analytic Geometry but also professional teaching knowledge to teach mathematics.

Keywords: Instrumental orchestration; Didactic situation; Plane Analytic Geometry.

1. Introdução

É relevante, no contexto da formação de professores, promover metodologias e recursos que auxiliem o futuro docente no planejamento e execução de suas situações para o ensino de matemática [1].

Diante disso, neste trabalho adotamos como metodologia as etapas da Teoria das Situações Didáticas-TSD de [2] com o intuito de criar um modelo de ensino que promova a interação entre professor, aluno e o conhecimento matemático a partir da resolução de problemas, visando a mobilizar diversos tipos de conhecimentos profissionais docentes [3; 4].

Para promover a transposição didática do problema, utilizou-se como recurso principal o *software* GeoGebra por possibilitar que o aluno movimente e visualize elementos e propriedades matemáticas essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo necessários à resolução de problemas [1].

Ademais, [5] observa que se faz necessário meios para o professor integrar os artefatos disponíveis para executar situações matemáticas na sala de aula visando atender seus objetivos de aprendizagem. O professor deve conhecer como mobilizar os artefatos presentes na sala de aula, como combinar as fases do trabalho individual e coletivo, a iniciativa dos estudantes, os momentos certos para sua intervenção, como antecipar, facilitar, gerar as conjecturas emergentes na sala de aula e pensar a gestão didática dos artefatos presentes, com relação ao avanço da resolução de problemas, ou seja, as orquestrações instrumentais [5].

Dessa forma, buscou-se responder à seguinte questão: É possível, por intermédio do modelo teórico da OI, utilizando-se como recurso principal o *software* GeoGebra, aplicar as dialéticas da TSD, de modo a promover tanto o desenvolvimento lógico-dedutivo para a resolução de problemas de Geometria Analítica Plana quanto a mobilização de conhecimentos profissionais docentes para o ensino da matemática?

Portanto, este artigo visa a descrever uma situação didática para o ensino de Geometria Analítica Plana, especificamente na obtenção de reta tangente à circunferência, que foi modelada e fundamentada na Teoria das Situações Didáticas-TSD com o aporte do *software* GeoGebra, em que as sessões didáticas foram consubstanciadas no modelo teórico da Orquestração Instrumental-OI online, a fim de proporcionar ferramentas educativas que possam promover um ambiente favorável à compreensão e formulação de estratégias de resolução de

problemas no âmbito do ensino básico. Além disso, discutiremos indícios evolutivos de seus conhecimentos profissionais docentes tomando como referências [3], que levam em conta a especificidade da docência em Matemática, e [4], que reconhecem o saber e o conhecimento do professor e das competências necessárias para a incorporação das TIC nas escolas.

2. Fundamentação teórica

Este artigo possui como aporte teórico a Teoria da Orquestração Instrumental de Luc Trouche e a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau. Apresentaremos a seguir alguns pressupostos básicos dessas duas teorias.

2.1. Orquestração Instrumental

O termo "orquestração instrumental" foi introduzido por [6] como uma metáfora para comparar a sala de aula a uma orquestra na qual o professor é o maestro, os estudantes os músicos, as tecnologias os instrumentos e as situações de ensino os repertórios. Segundo Trouche:

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É sistemático porque como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento a priori desse arranjo [5].

Os elementos básicos de uma OI são a configuração didática, o modo de execução, ambos caracterizados por [6] e a performance didática, caracterizada por [7], ao evidenciar que toda orquestração evolui necessariamente durante a sua execução. Segundo Drijvers et al.:

1. Uma configuração didática é um arranjo de artefatos no ambiente, ou, em outras palavras, uma configuração do ambiente de ensino e os artefatos nele envolvidos. Esses artefatos podem ser ferramentas tecnológicas, mas as tarefas que os alunos realizam também podem ser vistas como artefatos.

2. Um modo de exploração de uma configuração didática é a forma como o professor decide explorá-la em benefício de suas intenções didáticas. Isso inclui decisões sobre a forma como uma tarefa é introduzida e trabalhada, sobre os possíveis papéis dos artefatos a serem executados e sobre os esquemas e técnicas a serem desenvolvidos e estabelecidos pelos alunos.

3. Uma performance didática envolve as decisões ad hoc tomadas durante o ensino, sobre como

realmente executar o ensino promulgado na configuração didática escolhida e modo de exploração: que questão levantar agora, como fazer justiça a (ou deixar de lado) qualquer aluno em particular input, como lidar com um aspecto inesperado da tarefa matemática ou da ferramenta tecnológica? [7].

Em meio ao contexto da pandemia que trouxe tempos de ensino remoto-emergencial, [8], inspiradas no modelo da OI de [6], introduziram a noção de Orquestração Instrumental On-line como uma adaptação do modelo da OI trazendo novas perspectivas para o futuro do ensino on-line.

Uma Orquestração Instrumental On-line (OI on-line) é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos, seres humanos e tempo) de um ambiente formado por diferentes espaços, geográficos e virtuais, todos conectados, realizado por agentes (professor(es) e monitor(es)) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar de forma remota, síncrona e/ou assíncrona, seus aprendizes em suas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos [8].

Deste modo, vislumbra-se neste trabalho, a possibilidade de conceber e aplicar uma orquestração instrumental on-line cujo modo de execução estivesse pautado nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas.

2.2. Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas - TSD teve seu desenvolvimento a partir dos estudos do pesquisador francês Guy Brousseau na década de noventa. A TSD tem como uma de suas finalidades orientar o professor no desenvolvimento de situações reproduzíveis de ensino que possam proporcionar ao aluno uma aprendizagem mais significativa. A TSD tem por objetivo:

[...] caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reproduzíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos. Essa modificação é característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa [9].

Em relação à caracterização do processo de aprendizagem em situações de ensino, para [2], são as interações entre o professor, o saber e o aluno, e do aluno com o Milieu (meio), que devem ser consideradas durante as atividades e sobre a metodologia de ensino, cabe observar a seguinte explicação:

Consideremos um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição. Esse dispositivo abrange um meio material – as peças de um jogo, um desafio, um problema, inclusive um exercício, fichas etc. – e as regras de interação com esse dispositivo, ou seja, o jogo propriamente dito. Contudo, somente o

funcionamento e o real desenvolvimento do dispositivo, as partidas de fato jogadas, a resolução do problema etc. Podem produzir um efeito de ensino. Portanto, deve-se incluir o estudo da evolução da situação, visto pressupormos que a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao longo do processo. Os conhecimentos se manifestam essencialmente como instrumentos de controle das situações [2].

Referente ao conjunto de situações que caracterizam o processo de ensino e aprendizagem, estas podem ser entendidas individualmente como didáticas ou adidáticas.

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [11].

A situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a estas condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar [9].

Para uma melhor compreensão didática, [10] desenvolveu uma tipologia de situações didáticas, analisando as principais atividades específicas da aprendizagem da matemática: ação, formulação, validação e institucionalização.

A situação de devolução consiste num conjunto de condições que permitem que os alunos se apropriem da situação. É o ato pelo qual o professor cede ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem.

Na situação de ação o aluno se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, refletindo e simulando tentativas, buscando um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, por intermédio da interação com o milieu, e os recursos disponíveis.

Na situação formulação ocorre troca de informação entre o aluno e o milieu, com a utilização de uma linguagem mais adequada, sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal.

Na situação didática de validação, os alunos tentam convencer os interlocutores da veracidade das afirmações, agora utilizando uma linguagem matemática apropriada.

Na situação de institucionalização o papel explícito do professor é manifestado e ele retoma a parte da responsabilidade cedida aos alunos, conferindo-lhes o estatuto de saber ou descartando algumas produções dos alunos e definindo, dessa forma, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização.

As situações de devolução, ação, formulação e validação caracterizam a situação adidática, em que o professor permite ao aluno trilhar os caminhos da descoberta, sem revelar sua intenção didática, tendo somente o papel de mediador.

Deste modo, a situação-problema proposta neste artigo é uma questão sobre circunferência no plano, sendo fundamentada nas fases da TSD. Seguem-se os procedimentos necessários (configuração didática e modo de execução) e as possíveis estratégias para a realização da construção geométrica por meio da manipulação no *software* Geogebra, bem como a resolução por meio algébrico.

3. Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa tem uma de abordagem qualitativa. Segundo [11]:

A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, os dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca dos significados dos dados.

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa descritiva que, segundo [12], "tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis". Quanto aos procedimentos, podemos classificar este estudo como uma pesquisa-ação, que, segundo a definição de Thiollent:

Pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos do modo cooperativo ou participativo [13].

Os procedimentos metodológicos são constituídos pela configuração didática e pelo modo de execução da orquestração instrumental, as quais passamos a descrever a seguir.

3.1. Configuração Didática

De uma forma geral, a configuração didática consiste na organização da sala de aula, na escolha das tecnologias e situações matemáticas envolvidas. Para [7], essas configurações do ambiente e dos artefatos escolhidos devem ser bem planejadas antes de sua execução durante a aula, considerando a possibilidade para modificá-las durante a execução caso haja a necessidade.

A OI foi realizada no âmbito do componente curricular Instrumentação do Ensino de Matemática III, em uma turma do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas. A escolha dessa turma deu-se pelo fato de ser importante os professores em formação vivenciarem o modelo com vista a favorecer as futuras orquestrações instrumentais com a integração de tecnologias digitais, nas escolas [14] e também pelo pesquisador ser o professor da disciplina.

Em relação à gestão do tempo, a OI foi desenvolvida em dois encontros com um tempo de duração de 1h 30min cada. Além disso, os alunos realizavam atividades em momentos assíncronos.

O Quadro 1 apresenta os tipos de conhecimento e as habilidades que a orquestração instrumental visa a estudar e/ou estimular nos licenciandos. Além, é claro, de criar um ambiente de aprendizagem que favoreça às gêneses instrumentais [15] dos participantes.

Quadro 1. Tipos de conhecimento e as habilidades que a orquestração instrumental visa a desenvolver

Tipo	Habilidades
Conhecimento de conteúdo comum [3]	Utilizar corretamente os termos e notações matemáticas; Fazer o trabalho que designam os seus alunos, isto é, resolver corretamente os problemas matemáticos.
Conhecimento de conteúdo especializado [3]	Apresentar ideias matemáticas; Ligar um tópico a ser ensinado a tópicos de anos anteriores ou futuros; Explicar e justificar as suas ideias.
Conhecimento tecnológico [4]	Utilizar conjuntos padrão de ferramentas de software, criar e arquivar documentos, aprender e adaptar-se às novas tecnologias.
Conhecimento do conteúdo tecnológico [4]	Saber a forma como a matéria pode ser alterada através da aplicação de tecnologia.

A orquestração foi vivenciada por meio remoto com o auxílio do Google Meet. Os recursos usados pelo professor foram notebook, slide com a situação, formulário eletrônico e Geogebra, e pelos alunos, notebook/celular, lápis e papel, Geogebra, formulário eletrônico.

Os aspectos éticos explicados e garantidos aos alunos da disciplina em que a OI ocorreu foram mantidos, sendo esses esclarecidos aos licenciandos da turma. Além disso, também foi garantido que seriam resguardadas a identidade e a imagem dos participantes. Todos aceitaram participar assinando o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE), considerando as condições supracitadas.

A situação didático-matemática (Quadro 2) foi escolhida na perspectiva de explorar conceitos e propriedades de Geometria Analítica, mais especificamente sobre a cônica circunferência, uma vez que esse conteúdo é básico na formação dos participantes, tanto no âmbito do estudo como do ensino. Além disso, decidiu-se que a situação

deveria ser realizada com suporte do software de geometria dinâmica Geogebra.

Quadro 2. Elaborado pelo autor

Situação: Considere uma circunferência de raio 2 e centro $C=(3,3)$ e uma reta f que passa pelos pontos $A=(4,-2)$ e $B=(7,2)$. Com o apoio do Geogebra obtenha as retas tangentes a circunferência dada que são paralelas a reta r . Resolva a situação algebricamente.

Na seção seguinte apresentaremos o modo como essa configuração didática será executada.

3.2. Modo de Execução

O modo de execução diz respeito à participação de cada sujeito na exploração da configuração didática, seja ele professor ou estudante. Esta é uma etapa que segundo [5] consiste nas estratégias de gestão aplicadas, sejam quanto à situação problema ou quanto à gestão dos artefatos.

Na situação de ação, de início, espera-se que o aluno demonstre o conhecimento de conteúdo comum [3], no sentido de identificar os dados do problema, a saber: a circunferência tem raio 2 e centro $C=(3,3)$; a reta r passa pelos pontos $A=(4,-2)$ e $B=(7,2)$. Que explicita e compreenda a pergunta do problema: obter as retas tangentes à circunferência dada que são paralelas a reta r . Além disso, é fundamental a compreensão do que significa, tanto geometricamente quanto algebricamente, uma reta ser tangente a uma circunferência e uma reta ser paralela à outra reta dada. O tempo previsto para esta etapa é de 20min e a atividade é realizada de forma individual.

Nesse início, espera-se também identificar na ação dos alunos o conhecimento tecnológico [4] no sentido de conhecer o software Geogebra e suas funcionalidades e o conhecimento do conteúdo tecnológico [4], para saber a forma como o problema pode ser resolvido através da aplicação de tecnologia. A Figura 1 apresenta a circunferência e a reta dadas no problema e representadas no Geogebra.

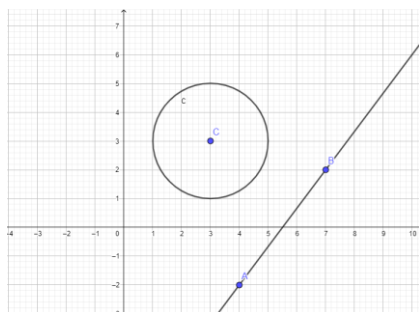


Figura 1. Circunferência e reta dadas no problema construídas pelos autores no software GeoGebra

Na etapa da formulação ocorre a troca de informações entre os alunos e caracteriza-se pelas descrições que podem ser verbais ou escritas. Nesse momento a comunicação é essencial e a troca de informações permite

aos alunos aperfeiçoar sua estratégia de resolução ou até mesmo trocá-la por outra de algum colega, caso julgue pertinente. Será dado um tempo de 30 min para esta etapa na qual o professor atuará como mediador das discussões.

Na etapa da validação se dá a apresentação das estratégias que os aprendizes usaram para chegar à solução do problema; portanto, é o momento de mostrar um modelo matemático estruturado. O tempo previsto para esta etapa é de 40min e os alunos devem trabalhar de forma individual num primeiro momento para posterior socialização. Um formulário eletrônico é preparado pelo professor e enviado aos alunos para que eles enviem um PDF com seus cálculos e um vídeo explicando sua resolução.

Uma possível estratégia para resolução gráfica (Figura 2), seria: traçar a reta g perpendicular a reta f que passa por C ; marcar os pontos E e D de interseção da reta g com a circunferência; Traçar a reta h que tangencia a circunferência no ponto E e é perpendicular a reta g e a reta i que tangencia a circunferência no ponto D e é perpendicular a reta g ; As retas h e i são tangentes à circunferência e paralelas a reta f e são portanto as retas procuradas.

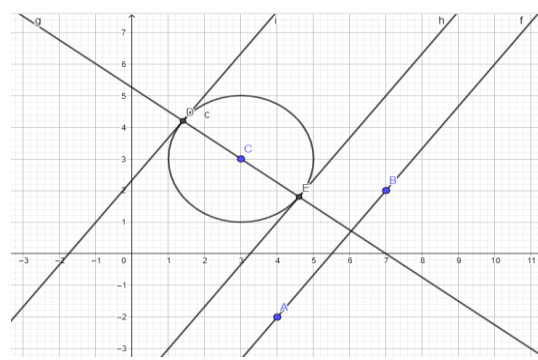


Figura 2. Resolução gráfica construídas pelos autores no software GeoGebra

Algebricamente a situação poderia ser resolvida do seguinte modo:

- (1) Encontrar a equação da reta r : $-4x + 3y = -22$.
- (2) Se as retas h e i são paralelas à r , significa que possuem o mesmo coeficiente angular de r , logo têm equações:

$$h: -4x + 3y = k \quad \text{e} \quad i: -4x + 3y = k'.$$

- (3) Se as retas h e i são tangentes à circunferência implica que $d(h,C)=d(i,C)=\text{raio}=2$. Assim:

$$d(h, E) = \frac{|-4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 - k|}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2}} = 2$$

$$d(i, D) = \frac{|-4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 - k'|}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2}} = 2$$

$$\frac{|-4 \cdot 3 + 3 \cdot 3 - k|}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2}} = 2 \Rightarrow |-3 - k| = 10$$

$$|-3 - k| = 10 \Rightarrow \begin{cases} -3 - k = 10 \Rightarrow k = -13 \\ -3 - k = -10 \Rightarrow k = 7 \end{cases}$$

Portanto, as retas procuradas são: h: $-4x + 3y = -13$ e i: $-4x + 3y = 7$. Isso evidenciará o conhecimento de conteúdo comum [3] dos alunos.

A etapa da institucionalização é o momento em que a situação assume um caráter somente didático, visto que cabe ao professor o papel de organizar o processo do conhecimento, procedendo a passagem do saber do plano individual e particular à dimensão histórica e cultural do saber científico [9]. Essa etapa é prevista para ocorrer na aula seguinte, em 1h30min, em que todos os alunos apresentam sua resolução para o problema e o professor promove um debate entre os alunos.

4. Análise e discussões: desempenho didático

Nesta seção temos o desempenho didático [1], que trata das decisões que tomamos diante de situações inesperadas sejam referentes às tecnologias ou à situação matemática proposta. Além disso, nessa etapa, discutimos a viabilidade e o sucesso das nossas escolhas ou dos alunos nesse processo.

Analizamos inicialmente a solução da primeira parte da situação em que, com o apoio do Geogebra, os alunos deveriam obter as retas tangentes à circunferência dada que são paralelas a reta r.

Dos 12 alunos, quatro realizaram esta etapa da atividade como havíamos previsto (Figura 3) e três resolveram seguindo uma estratégia diferente da que prevíamos (Figura 4). E isso nos remete ao Conhecimento de conteúdo comum [3], pois utilizaram corretamente os termos e notações matemáticas e demonstraram saber fazer o trabalho que designamos aos alunos do ensino básico, isto é, souberam resolver corretamente os problemas matemáticos. Cinco alunos não conseguiram realizar a atividade.

Se verificarmos o gráfico, podemos observar que se for traçada uma reta perpendicular à reta r passando pelo centro da circunferência, a interseção dessa reta com a circunferência teremos dois pontos. Se nesses dois pontos traçarmos duas retas perpendiculares a essa reta perpendicular, as retas serão paralelas à reta r e como tocam apenas em um ponto da circunferência também serão tangentes à circunferência.

3.1 Traçar uma reta perpendicular à r que passa pelo centro da circunferência

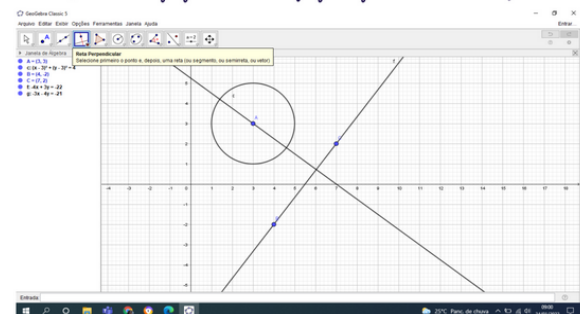


Figura 3. Resolução gráfica (prevista) construída por um dos alunos no software GeoGebra

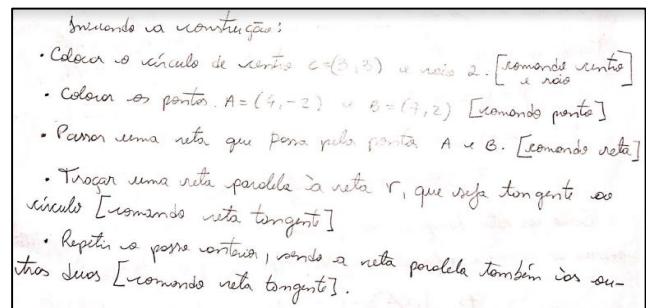


Figura 4. Resolução gráfica (diferente da prevista) construída por um dos alunos no software GeoGebra

Foi possível identificar na ação dos alunos o conhecimento tecnológico [4] no sentido de que todos conheciam o software GeoGebra e suas funcionalidades. O conhecimento do conteúdo tecnológico [4], para saber a forma como o problema pode ser resolvido através da aplicação de tecnologia foi observada em 11 alunos.

Um dos alunos respondeu a situação recorrendo a conceitos da Álgebra Vetorial (Figura 5), o que, evidentemente, foge ao contexto do ensino básico.

b) Primeiramente, precisamos obter a equação da reta r que tem como vetor diretor $\vec{v} = B - A = (7 - 4, 2 - (-2)) = (3, 4)$, uma vez que ela passa pelos pontos A e B. Dessa forma a equação simétrica para r é:

$$\frac{x - 4}{3} = \frac{y + 2}{4}$$

Figura 5. Resolução de um aluno por meio da Álgebra vetorial

O conhecimento de conteúdo especializado [3] pode ser percebido nas soluções de seis alunos pois mostraram a habilidade de ligar um tópico a ser ensinado a tópicos de anos anteriores ou futuros, ao explicitarem em sua estratégia de resolução os conhecimentos prévios necessários para a solução da situação. Na Figura 6 temos um recorte da estratégia de dois destes alunos.

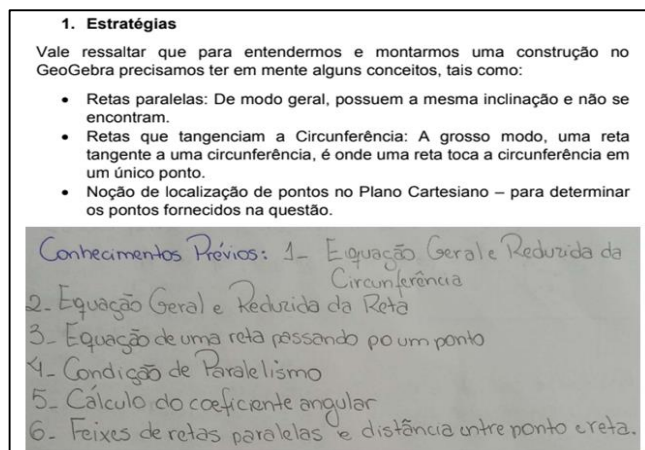


Figura 6. Recorte da estratégia de resolução de dois alunos.

Pode-se perceber a importância da situação de formulação para a situação. No momento da aula, foi intensa a troca e discussão sobre a melhor estratégia para resolver a situação e, ao analisar as respostas enviadas pelos alunos, isso ficou evidente na fala de vários deles. Na figura 7 trazemos um recorte da fala de dois desses alunos que destacam a importância da troca de ideias entre os alunos.

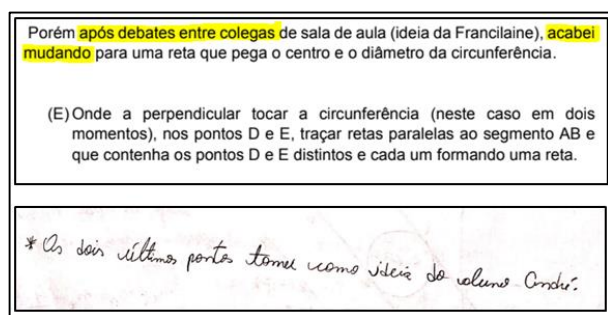


Figura 7. Fala de dois alunos destacando a importância da situação da formulação

Em complementariedade aos pressupostos da TSD como metodologia de ensino, solicitamos que os alunos gravassem um vídeo explicando a sua solução para a situação proposta. Dos doze alunos, seis enviaram o vídeo e ao analisá-los foi possível constatar o conhecimento de conteúdo especializado [3], uma vez que os alunos foram capazes de apresentar ideias matemáticas e explicar e justificar as suas ideias (Figura 8).

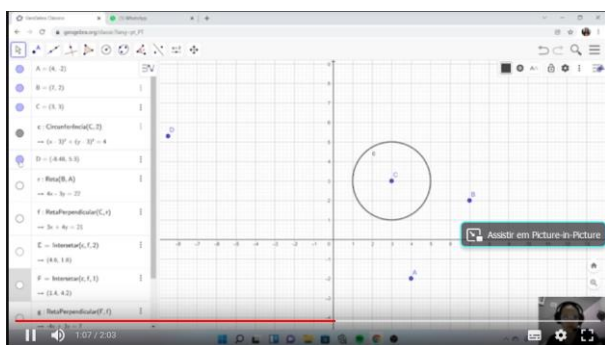


Figura 8. Print de tela do vídeo de uma aluna explicando sua resolução

No mesmo formulário de envio das atividades, questionamos aos alunos qual foi o seu grau de dificuldade na resolução da situação didática proposta, e 83,4% classificou como difícil ou muito difícil.

Além disso, procuramos saber quais foram as principais dificuldades dos alunos na realização da atividade. Para 83,4% dos alunos a maior dificuldade foi recordar os conceitos e propriedades da Geometria Analítica, tais como definir as equações de retas perpendiculares e tangentes a uma circunferência e obter a equação de uma reta. Dois alunos apontaram dificuldades de orden técnicas, como acessar o GeoGebra pelo celular e enviar o vídeo da resolução.

Conclusão

Este estudo teve como objetivo descrever uma situação de ensino com professores de Matemática em formação inicial que vivenciaram um recurso didático embasado no modelo teórico da orquestração instrumental, estruturado nas quatro fases da TSD e modelado pelo software GeoGebra no viés de problemas Geometria Analítica do Ensino Médio, a fim de promover um ambiente que favorecesse tanto a compreensão e formulação de estratégias de resolução de problemas no âmbito do ensino básico quanto a evolução de conhecimentos profissionais docentes.

Em relação ao modelo da orquestração instrumental (online), através de sua configuração didática e modo de execução, ressalta-se a sua relevância para o planejamento de situações de ensino num ambiente rico em tecnologias, como neste caso, em que a situação proposta ocorreu por meio remoto.

Quanto à TSD, suas fases constituíram o modo de execução da orquestração instrumental que foi concebida, de modo que estas se mostraram eficientes para a construção dos conceitos estudados, a saber, o estudo de tópicos de Geometria Analítica no Plano. Ademais, a aplicação da TSD contou com a complementariedade da produção de vídeo pelos alunos explicando as suas soluções.

No que diz respeito ao software GeoGebra, esse se mostrou como um recurso fundamental na compreensão da situação proposta, retratando a importância da Geometria Dinâmica no estudo de Geometria Analítica Plana auxiliando na resolução da situação.

Em sete dos alunos foi possível perceber o conhecimento de conteúdo comum, pois foram capazes de utilizar corretamente os termos e notações matemáticas e souberam resolver corretamente os problemas matemáticos.

Identificamos na ação de todos alunos o conhecimento tecnológico uma vez que todos conheciam o software GeoGebra e suas funcionalidades. O conhecimento do conteúdo tecnológico, para saber a forma como o problema pode ser resolvido através da aplicação de tecnologia foi observada em onze dos alunos.

Seis alunos, ao explicitarem em sua estratégia de resolução e os conhecimentos prévios necessários para a solução da situação, demonstraram o conhecimento de conteúdo especializado, pois mostraram a habilidade de

ligar um tópico a ser ensinado a tópicos de anos anteriores ou futuros.

Em relação ao vídeo solicitado aos alunos explicando a sua solução para a situação proposta, seis enviaram o vídeo e ao analisá-los foi possível constatar o conhecimento de conteúdo especializado uma vez que os alunos foram capazes de apresentar ideias matemáticas e explicar e justificar as suas ideias.

Para 83,4% dos alunos, a situação didática proposta foi difícil ou muito difícil e a maior dificuldade foi recordar os conceitos e propriedades da Geometria Analítica. Isso se mostrou ser um fator dificultador. Além disso, o fato da atividade ter sido realizada por meio remoto, de certa forma, limitou nossas observações dos alunos em atividade.

Portanto, respondemos positivamente à pergunta que motivou este trabalho, ou seja: é possível, com o auxílio do modelo teórico da OI e tendo como recurso principal o *software* GeoGebra, aplicar as dialéticas da TSD, promovendo não apenas o desenvolvimento lógico-dedutivo para a resolução de problemas de Geometria Analítica Plana, mas também conhecimentos profissionais docentes para o ensino da matemática.

Referencias

- [1] R. C. Sousa, et al., "Engenharia didática de formação (EDF): uma proposta de situação didática do ENEM com o uso do *software* GeoGebra para professores de matemática no Brasil," *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, no. 26, pp. 90-99, 2020. Doi: <https://doi.org/10.24215/18509959.26.e10>
- [2] G. Brousseau, *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Trad.: Camila Bogéa. 1. ed. São Paulo: Ática, 2008.
- [3] D. L. Ball, M. H. Thames, G. Phelps, "Content knowledge for teaching: what makes it special?," *Journal of Teacher Education*, Reston, VA, vol. 59, no. 5, pp. 389-407, 2008.
- [4] P. Koehler, M. Mishra, "Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge," *Teachers College. Record*, vol. 108, no. 6, pp. 1017-1054, 2006.
- [5] L. Trouche, "Construction et conduit des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations," *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 25, no. 1, pp. 91-138, 2005.
- [6] L. Trouche, "Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages?," *Educational Studies in Mathematics*, vol. 55, pp. 181-197, 2004.
- [7] P. Drijvers, et al., "The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom," *Educational Studies in mathematics*, vol. 75, no. 2, pp. 213-234, 2010.

- [8] V. Gitirana, R. Lucena, "Orquestração instrumental on-line: um modelo pensado a partir do ensino remoto," *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, vol. 23, no.3, pp. 362-398, 2021.
- [9] S. A. Almouloud, *Fundamentos da didática da matemática*. 3. ed. Curitiba: UFPR, 2007.
- [10] G. Brousseau, "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques," *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, no. 2, pp. 33-115, 1986.
- [11] J. W. Creswell, *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*; Tradução Magda Lopes. – 3 ed. – Porto Alegre: Artmed, 2010.
- [12] A. C. Gil, *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- [13] M. Thiollent, *Metodologia da Pesquisa-Ação*. São Paulo: Cortez, 1985.
- [14] R. M. D. L. S. Lucena, V. Gitirana, L. Trouche, "O ensino de matemática com integração de recursos digitais: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental," *Ensino da Matemática em Debate*, vol. 5, no. 3, pp. 238-261, 2018.
- [15] M. Artigue, "Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work," *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol.7, pp. 245-274, 2002.

Información de Contacto del Autor:

Francisco Eteval da Silva Feitosa
Universidade Federal do Amazonas
Manaus – AM
Brasil
sfeitosa@ufam.edu.br
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-0913-3427>

Francisco Eteval da Silva Feitosa

Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Amazonas (1999), mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Amazonas (2002), Doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Amazonas (2016) e Pós-Doutorado em Educação Matemática pela PUC-SP. Atualmente é professor adjunto no Departamento de Matemática da Universidade Federal do Amazonas, professor colaborador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM-UFAM) e Bolsista do Programa de Apoio à Pós Doutores - PRODOC/FAPEAM. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: matemática, ensino, cálculo diferencial e integral, feiras de matemática e metodologias ativas.