La caja de polinomios: una herramienta para mejorar el aprendizaje significativo de la multiplicación de monomios y polinomios

The polynomial box: a tool to improve the meaningful learning of the multiplication of monomials and polynomials

Villarreal B., Dalys E.; Caballero Vigil, Lorenzo; Jaramillo H., Reyna I.

Dalys E. Villarreal B.
dalysvb23@outlook.com
Universidad de Panamá., Panamá

Lorenzo Caballero Vigil
lcaballero8015@hotmail.com
Universidad de Panamá. , Panamá

Reyna I. Jaramillo H.
reynaijaramillo@hotmail.com
Universidad de Panamá., Panamá

Guacamaya
Universidad de Panamá, Panamá
ISSN-e: 2616-9711
Periodicidad: Semestral
vol. 5, núm. 2, 2021
solismu@yahoo.com

Recepción: 20 Agosto 2020
Aprobación: 05 Enero 2021

URL: http://portal.amelica.org/ameli/journal/212/2124111001/

Resumen: Este artículo es la síntesis de una investigación realizada en el Instituto Profesional Técnico e Industrial de Aguadulce; con estudiantes de décimo grado bachiller industrial, cuyo objetivo fue lograr en los estudiantes un aprendizaje significativo de la multiplicación de monomios y polinomios, a través de una propuesta de trabajo con la herramienta didáctica, la caja de polinomios como material manipulativo. Todo esto fundamentado en la teoría del constructivismo cuyo máximo exponente es Jean Piaget y la teoría del aprendizaje significativo propuesta por David Ausbel. Se dio inicio a la investigación con la aplicación de un pre test en el cual se evidenció el poco dominio, que presentaban los estudiantes de la multiplicación de monomios y polinomios. Luego se diseñó y aplicó la guía didáctica con miras a afianzar las debilidades encontradas en el pre test; para finalizar con la aplicación de un post test. El análisis de los resultados se llevó a cabo a través de la comparación entre los resultados obtenidos tanto en el pre test como en el post test, permitiéndonos extraer las conclusiones de la investigación.

Palabras clave: aprendizaje significativo, multiplicación de monomios y polinomios, caja de polinomios, estrategias didácticas, cálculo de área.

Abstract: This article is the synthesis of an investigation carried out at the Professional Technical and Industrial Institute of Aguadulce with students of 10th grade industrial bachelor, whose objective was to achieve in students a significant learning of the multiplication of monomials and polynomials, through a proposal of work with the didactic tool the box of polynomials as manipulative material. All this based on the theory of constructivism whose maximum proponent is Jean Piaget and the theory of meaningful learning proposed by David Ausbel. The investigation began with the application of a pre-test in which the little mastery that the students had of the multiplication of monomials and polynomials was evidenced. Then the didactic guide was designed and applied with an aim at consolidating the weaknesses found in the pre-test to finish with the application of a post test. The analysis of the results was carried out through the comparison between the results obtained both in the pre-test and in the post-test, allowing us to draw the conclusions of the research

Keywords: meaningful learning, multiplication of monomials and polynomials, box of polynomials, teaching strategies, area calculation.

Introducción

El álgebra representa una de las áreas más importantes de la matemática, y a la vez, las más temida por los estudiantes. En la actualidad, vemos como muchas personas se equivocan al poner al álgebra como una materia que solo sirve para complicarnos la vida y perder el tiempo. Nuestros propios alumnos nos preguntan muchas veces; para que les sirve en su vida profesional. Su aplicabilidad en la vida cotidiana es múltiple, como docentes de matemática debemos mostrar a nuestros jóvenes su utilidad y hacer aportes; para que su enseñanza y aprendizaje sea creativo e interesante. "Al ser el álgebra un lenguaje de comunicación de ideas abstractas, plantear su enseñanza-aprendizaje en términos de

traducción de lenguajes, estimula y favorece el desarrollo de su conocimiento" (Socas, Camacho, Palarea y Hernández, 1996, pág. 116).

Nuestra propuesta tiene como finalidad hacer un aporte al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de un tema específico del álgebra como lo es: la multiplicación de monomios y polinomios. Para ello, hemos estructurado una guía didáctica con estrategias metodológicas y material didáctico que buscan apoyar al docente en el logro de un aprendizaje significativo en los estudiantes. Se describe la caja de polinomios, propuesta por Soto, Mosquera, y Gómez, (2005), como material manipulativo, cuyo aporte es primordial para multiplicar monomios y polinomios y hacer del aprendizaje un proceso divertido, interesante y productivo para los alumnos. De acuerdo con Soto, O.F., Naranjo, C.S. y Lozano, J.A. (2009): el aprendizaje del álgebra puede centrarse en la Caja de Polinomios, rompecabezas, que desde lo tangible inspecciona en el establecimiento de algoritmos para las operaciones algebraicas hasta organizar dentro de tu propio sistema de representación, modelos procedimentales que dan paso al juego operatorio simbólico.

Este estudio se llevó a cabo en el Instituto Profesional Técnico e Industrial de Aguadulce; ubicado geográficamente en la República de Panamá, Provincia de Coclé, distrito de Aguadulce. Para este se trabajó con jóvenes entre 14 y 16 años, que cursan el décimo grado de educación media.

Antecedentes

En los últimos años y a pasos agigantados la educación ha dado un giro radical en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática, obligando al docente a incorporar nuevas estrategias para así captar la atención y disponibilidad de los estudiantes; con el fin de lograr en ellos aprendizajes significativos.

Algunos autores afirman que:

Los profesores enseñan el álgebra inicial siguiendo una tradición centrada en la manipulación mecánica de símbolos. Típicamente, los alumnos aprenden a resolver operaciones con expresiones algebraicas sin que estas tareas tengan significación para ellos, o las vinculen a problemas de contexto real, o las relacionen con procesos de modelación o sirvan de acercamiento a formas de pensamiento matemático de tipo inductivo, argumentativo, conjetural o demostrativo. El aprendizaje tradicional del álgebra elemental no se ajusta a las necesidades de una sociedad moderna en la cual las máquinas hacen los procesos rutinarios y las personas toman decisiones, analizan fallos y se preparan para las innovaciones. (Olfos, Soto y Silva, 2007, p. 82).

cada día nos damos cuenta, que se hace más complejo para nuestros alumnos aprender algebra. Con el transcurrir del tiempo se ha tratado de innovar en esta rama de la matemática incorporando nuevos recursos didácticos y de esta forma iniciar un proceso de mejora de la educación de los estudiantes. En este sentido, "La caja de polinomios facilita la apropiación del manejo de las operaciones de los polinomios, llevando al estudiante a hacer que el conocimiento abstracto que se propone sea más cercano y significativo" (Rodríguez, A.A., García, J.A. y Palacios, O.J. 2014, p35).

En el contexto de la didáctica de las operaciones básicas con polinomios, existen algunos trabajos importantes tales como el de Villarroel, J. M. (2014), quien publica en la revista de la escuela regional de matemáticas de la Universidad del Valle (Colombia), un artículo referente a la utilización de la herramienta didáctica llamada caja de polinomios en el cual describen sistemáticamente la filosofía de la herramienta y los alcances pedagógicos, que puede llegar a tener.

Por otro lado, Jiménez, S. y Salazar, V. (2013) presentan en su trabajo de grado la propuesta didáctica: tabletas algebraicas como una alternativa de enseñanza del proceso de factorización de algunos polinomios de segundo grado, un material manipulativo derivado de los bloques multibase o bloques de Dienes, que funciona de apoyo en la enseñanza aprendizaje del algebra.

Fundamento teórico

Las teorías del aprendizaje tratan de explicar cómo aprende el ser humano. Se centran en la adquisición de habilidades, destrezas, conceptos y en el razonamiento. También, ayudan a comprender, predecir y controlar el comportamiento humano.

Conductismo

Es la corriente de la psicología, que defiende el empleo de procedimientos experimentales para estudiar el comportamiento observable (la conducta), considerado el entorno como un conjunto de estímulos y respuestas. Su desarrollo se da a inicios del siglo XX.

Las teorías conductistas insisten en la modificación de la conducta. Una vez analizada la conducta observable en función de la interacción entre herencia y ambiente, consideran que la mayor parte de la conducta humana es aprendida y, por lo tanto, susceptible de ser modificada mediante técnicas adecuadas.

Constructivismo

Es el modelo que mantiene, que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia, que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. Esta construcción se realiza con los esquemas, que la persona ya posee, o sea los conocimientos previos, que construyó en su relación con el medio que le rodea.

Todo aprendizaje constructivista supone una construcción, esta se realiza a través de un proceso mental que conlleva a la adquisición de un conocimiento nuevo. Pero en este proceso no es solo el nuevo conocimiento, que se ha adquirido, sino, sobre todo la posibilidad de construirlo y adquirir una nueva competencia, ella le permitirá generalizar, es decir, aplicar lo ya conocido a una situación nueva.

Aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo es considerado una teoría del aprendizaje; porque es su finalidad y a la vez, es una teoría psicológica porque se ocupa de los procesos mismos que el individuo pone en juego para aprender.

Moreira, M. A. (1997), rescata las ideas originales planteadas acerca del concepto de aprendizaje significativo, argumentando, que estas no son triviales y representan un gran apoyo al docente para encontrar varias formas de facilitar el aprendizaje significativo en el aula siendo compatible con las teorías contemporáneas.

Esta teoría aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos, que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado de modo que adquiera significado para el mismo. El aprendizaje significativo sería el resultado de la interacción entre los conocimientos del que aprende y la nueva información que va a aprenderse (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983)

Historia y fundamentación matemática de la caja de polinomios

La Caja de Polinomios conjuga los aportes de cuatro matemáticos famosos: Euclides, siglo III a.C. en su libro de Los Elementos, en el libro I presenta el teorema 43 que permite la construcción de fichas rectangulares de distintas dimensiones, pero de igual área. Este asevera que: "Y si de cosas iguales se quitan cosas iguales, los restos son iguales".

Tabit ben Qurra el Harani, siglo X d.C. Matemático dedicado a la contemplación de las cantidades y quien de manera generosa presenta el concepto de homogeneización, concepto, que permite tratar a los polinomios a través del manejo de las áreas de rectángulos, atendiendo a las dimensiones de la base y de la altura. Por último, el juego extiende su aplicación a polinomios con coeficientes negativos con la utilización del plano cartesiano, cuya creación aparece referida a Pierre de Fermat y a Renato Descartes, siglo XVII d.C.

Esta propuesta utiliza algunas de las concepciones de estos personajes, que permitieron la existencia de un mediador del conocimiento algebraico, este se ha llamado Caja de Polinomios, como también algunos fundamentos matemáticos, que encierra su utilización.

Criterio de homogeneización de Tabit que trata de cómo convertir polinomios en objetos tangibles siempre que sus coeficientes sean números enteros.

Al intentar solucionar problemas, pues ahora se representarían de la forma:

$x^2 + mx = n$ Tabit ben Qurra evidencia que no se puede igualar área con longitud, ni áreas y longitudes con números (objetos adimensionales) e introduce una unidad de medida *(e)* que le permite escribir la ecuación anterior como $x^2 + m(e)x = n(e)^2$ la cual ahora puede ser interpretada como la suma de áreas.

El mecanismo de introducir *(e)*, se conoce como proceso de homogeneización y ha permitido elaborar una representación geométrica, que se usa para factorizar, multiplicar, dividir, sumar y restar expresiones cuadráticas de manera tangible mediante la utilización de fichas, que se consiguen en sitios especializados o se elaboran en las instituciones escolares, como las que se representan a continuación.

Estas fichas con la incorporación de la unidad de medida se representan mediante rectángulos, que concretizan ciertas medidas de áreas.

La interpretación geométrica de Tabit ben Qurra permite adoptar el término x^2 como un cuadrado de lado x; la variable x está representada por un rectángulo de lados x y 1; y el 1 es un cuadrado de lado 1.

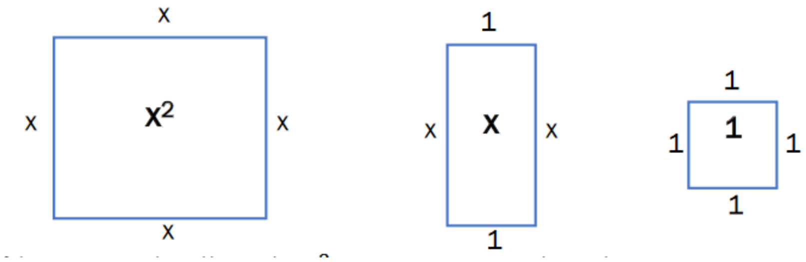

FIGURA 1.
Interpretación geométrica de Tabit ben Qurra

Así las cosas, el polinomio $\#^2 + 4\# + 4$, por ejemplo, se representa tomando un cuadrado $\#^2$, cuatro rectángulos *x*, y cuatro cuadrados 1. De la siguiente manera:

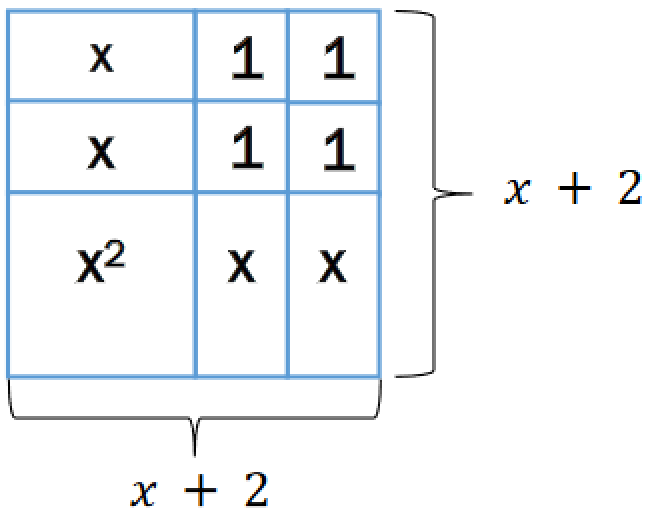

FIGURA 2.
Representación geométrica del polinomio $\#^2 + 4\# + 4$

Descripción de la caja de polinomios

Según Torres, R. A. (2018), La utilización de la caja de polinomios tiene fines motivacionales e incluyentes en la medida, que facilita la transición más amena al manejo del lenguaje simbólico permitiendo la introducción al trabajo con polinomios. Este material ésta compuesto por tres fichas distintas: cuadrado grande, rectángulo, cuadrado pequeño, y un tablero.

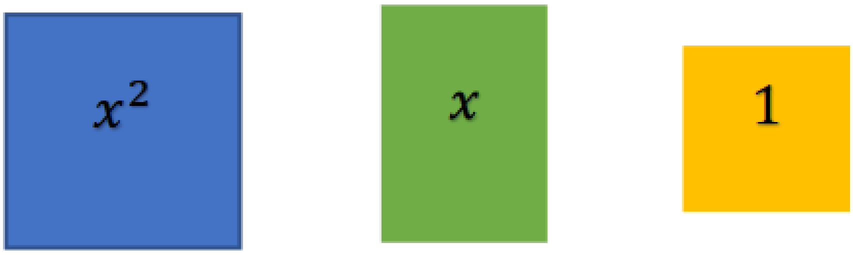

FIGURA 3.
Fichas que componen la caja de polinomios

Para el cuadrado grande (color azul) se define una distancia x que se asignará como la medida de los lados, por lo cual el área del cuadrado será $(\#)(\#) = \#^{2}$. Para el caso del rectángulo (color verde) se toma la distancia x para una de las dimensiones y se define una distancia unidad (1) para la otra dimensión, con lo que se tiene un rectángulo de dimensiones x y 1, por cuanto el área será $(x)(1) = x$. Y por último se construye un cuadrado pequeño (color amarillo) de lados correspondientes a la unidad por lo que el área será $(1)(1) = 1$.

Las fichas se relacionan justamente; porque las dimensiones del rectángulo coinciden exactamente con las dimensiones de las otras dos, lo cual permite, que las tres fichas se unan por lados correspondientes de manera precisa, formando una figura como muestra la ilustración:

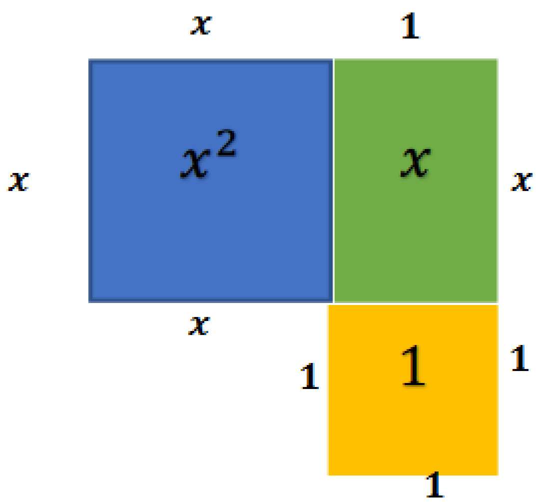

FIGURA 4.
Ilustración de como las dimensiones de las figuras se unen de forma precisa

El tablero corresponde a una región rectangular que emula al plano cartesiano, por lo cual está dividido en cuatro subregiones por dos segmentos de recta perpendiculares, que unen los puntos medios de los lados.

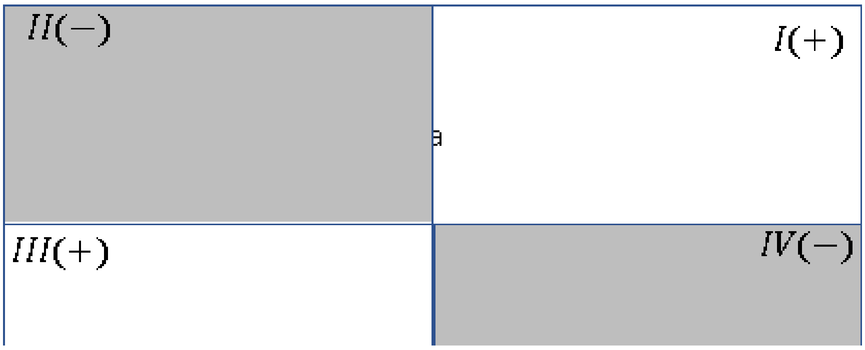

FIGURA 5.
Caja de polinomios con sus cuadrantes y signos respectivos

Como se observa en la figura 5, se nombra cada una de las subregiones, igual que los cuadrantes del plano cartesiano, asignándole los signos a cada cuadrante. El cuadrante superior derecho será el primer cuadrante y tendrá signo positivo, el superior izquierdo será el segundo cuadrante con signo negativo, el inferior izquierdo será el tercer cuadrante con signo positivo y el inferior derecho será el cuarto cuadrante y tendrá signo negativo. La intersección de los segmentos será el origen, el segmento comprendido entre el origen y el punto medio de la altura derecha del tablero representará medidas positivas y el de la izquierda, medidas negativas. De igual manera, el segmento que va del origen al punto medio de la base representara medidas negativas y el que va del origen a la base superior representará medidas positivas.

Para ubicar las fichas en el tablero es importante tener presente dos aspectos fundamentales:

El área de todas las fichas debe estar totalmente contenida en una de las regiones del plano. Pues de la ubicación de la ficha en las diferentes regiones depende el signo que esta adquiere.

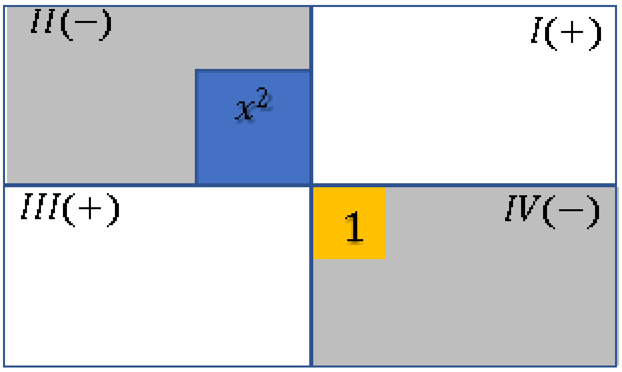

FIGURA 6.
Ubicación correcta de fichas

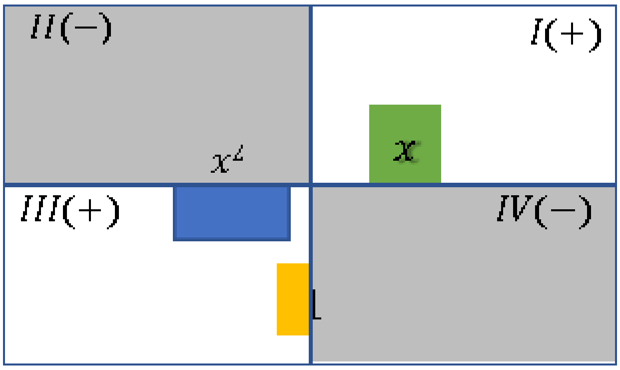

FIGURA 7.
Ubicación incorrecta de fichas

La figura 6 muestra la forma correcta de colocar una ficha en el tablero, por cuanto que el total de las fichas está contenido en el segundo y cuarto cuadrante respectivamente. Por su parte la figura 7 muestra tres fichas colocadas de manera incorrecta porque, en los tres casos, el área de las fichas esta sobre dos cuadrantes. Por su parte la figura 8 muestra que la ficha representa los valores $-\#$ y $+1$ porque el lado # del rectángulo coincide con el semieje negativo horizontal; y el lado 1 coincide con el semieje positivo vertical.

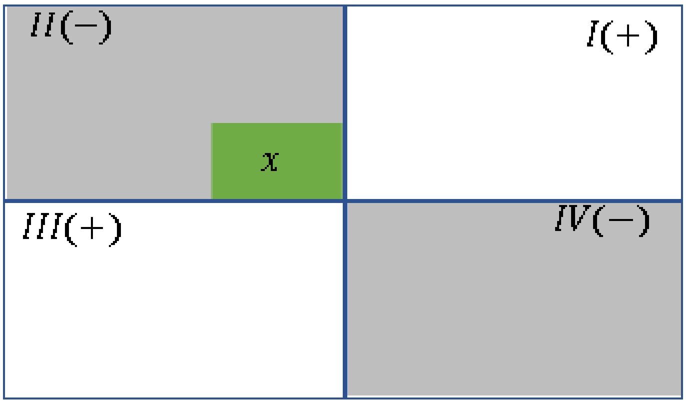

FIGURA 8.
Ubicación correcta de los valores de una ficha

Se trabajó con polinomios de segundo grado en una sola variable con coeficientes enteros a sabiendas, que en la caja se puede estudiar polinomios de cualquier grado y hasta en dos variables, con solo disponer de fichas que así lo permitan.

La caja de polinomios permite representar el cero por medio de las fichas de una manera muy fácil de entender, pues dos fichas de igual peso algebraico ubicadas en cuadrantes de signos opuestos son opuestas por lo cual su suma será un cero, por cuanto es posible representar en el tablero un cero de múltiples formas. Veamos:

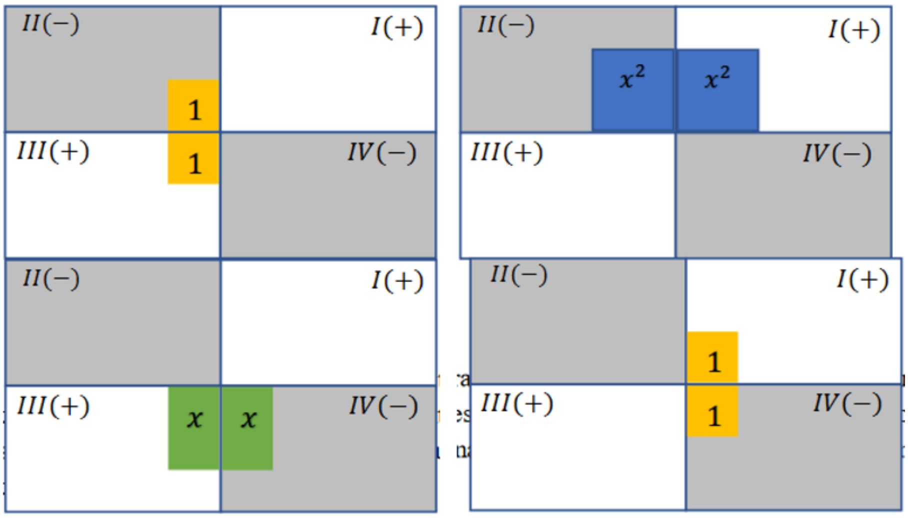

FIGURA 9.
Ceros equivalentes

Multiplicación de polinomios utilizando la caja de polinomios

La multiplicación con esta herramienta consiste en construir rectángulos, cuya base es uno de los polinomios factores y la altura el otro polinomio factor. Es importante señalar que la ubicación de los polinomios es el paso más importante para multiplicarlos, ya que después de ello simplemente se debe completar el rectángulo, que queda determinado.

Para representar en el tablero los polinomios, que se quieren multiplicar, se debe tener en cuenta que el máximo grado con que se cuenta en la caja de polinomios dentro del presente estudio, es el segundo, esto implica que se puede multiplicar polinomios con las siguientes combinaciones: uno de segundo grado con uno de grado cero o dos de primer grado, esto debido a que el polinomio producto posee grado correspondiente a la suma de los grados de los polinomios factores.

Para ubicar un polinomio (factor) en el tablero, no se tienen en cuenta las áreas de la ficha, en este caso se utilizan las medidas de las dimensiones de las fichas. Los lados de las fichas deben ubicarse sobre los ejes del tablero. Por ejemplo: Si se requiere ubicar el polinomio $\#(\#) = -3\# + 2$, se escoge cualquiera de los dos ejes y se ubican tres fichas que tengan lado # sobre el semieje negativo, de igual manera, se ubican dos fichas que tenga lado “1” sobre el semieje positivo, garantizando, que dos fichas continuas deben coincidir en la medida de los lados que las unen.

Veamos el ejemplo: ubicar los polinomios $\#(\#) = -\# + 1$ y $\#(\#) = 2\# + 3$, para efectuar la multiplicación.

Iniciamos ubicando el polinomio $\#(\#) = -\# + 1$, de la siguiente forma:

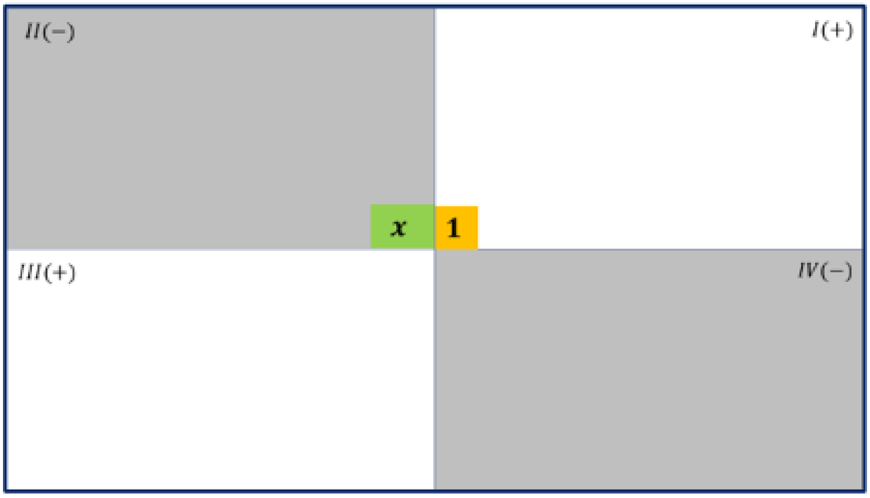

FIGURA 10.
Ubicación del polinomio −# + 1

Luego, ubicamos el segundo polinomio factor, #(#) = 2# + 3 tomando en consideración que al colocar el polinomio # nos queda sobre el eje vertical positivo el término (+1) y si observamos el polinomio # tiene como término independiente a +3. Por tanto, colocamos el polinomio Q de la siguiente forma:

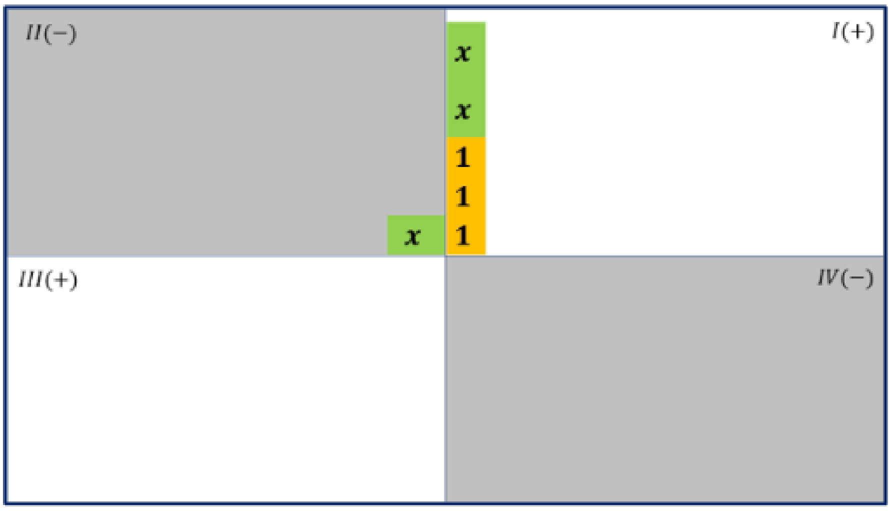

FIGURA 11.
Ubicación de los polinomios −# + 1 y 2# + 3

Una vez ubicadas correctamente, las fichas que representan los polinomios que se quieren multiplicar se procede a construir el rectángulo, cuyos lados son las fichas, que quedan en los extremos. La intersección de las fichas determina los lados de una ficha respectiva, que forma el rectángulo, por lo que fácilmente se puede establecer el tipo de ficha que corresponde a cada posición. Así:

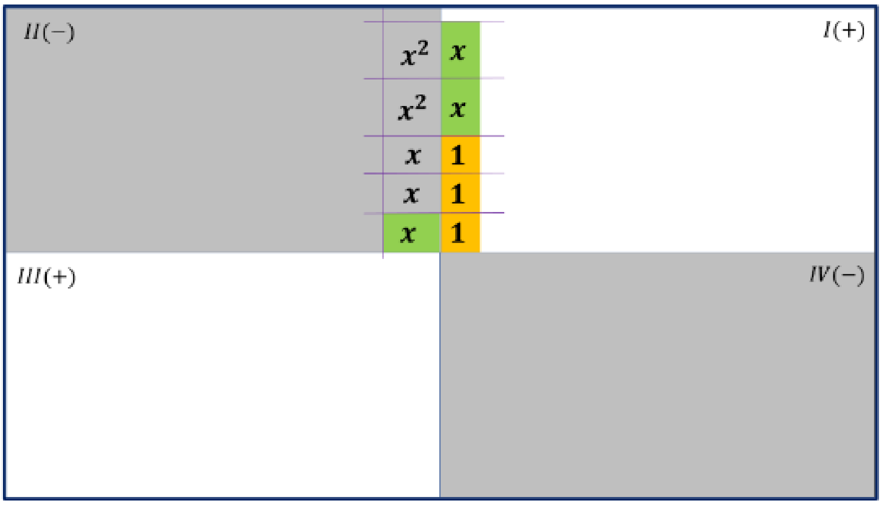

FIGURA 12.
Bosquejo de las fichas con que se debe completar el rectángulo

La ilustración anterior muestra el rectángulo determinado por los extremos de las fichas y el tipo de ficha que tiene que colocarse en cada posición para completar el rectángulo. Ya con ello simplemente se procede a ubicar las fichas que restan, quedando entonces:

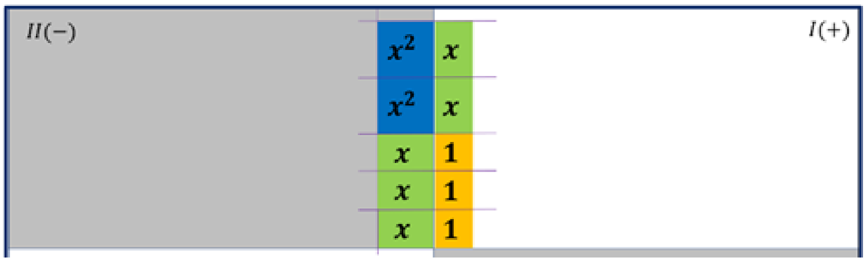

FIGURA 13.
Ubicación de las fichas que hacen falta para completar el rectángulo

El último paso del procedimiento consiste en determinar la cantidad de ceros, levantar las fichas del tablero y finalmente hacer la lectura del polinomio que queda representado en el tablero, quien será el producto de los polinomios. Para el ejemplo que se está desarrollando se tiene:

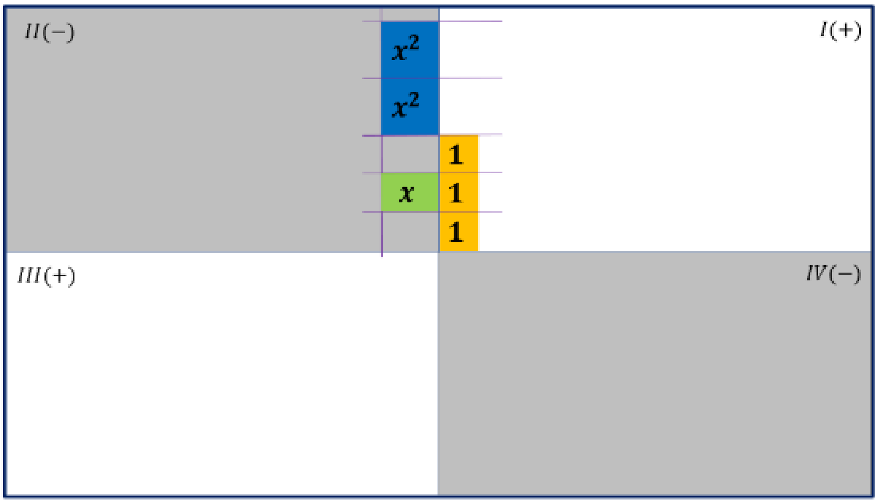

FIGURA 14.
Resultado de la multiplicación de polinomios al eliminar los ceros

Finalmente, vemos que la figura representa el polinomio $-2\#^2 - \# + 3$, ya que las dos fichas azules están en el cuadrante negativo, la ficha verde también está en el cuadrante negativo y las 3 fichas amarillas están ubicadas en el cuadrante positivo. De aquí entonces tenemos el resultado de la multiplicación de los polinomios $\#(\#) = -\# + 1$ y $Q(x) = 2x + 3$.

Metodología

Este estudio consiste en la aplicación de una guía didáctica, apoyada en la caja de polinomios, para lograr un aprendizaje significativo en los jóvenes en el tema de multiplicación de monomios y polinomios. La utilización de materiales manipulativos, como la caja de polinomios, permite una concepción dinámica del aprendizaje, facilitando el proceso de enseñanza y aprendizaje en los alumnos, pues estos experimentan situaciones de aprendizaje de forma manipulativa permitiéndoles conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas y comprendiendo su aplicabilidad. Este estudio cuenta con tres etapas:

Etapa inicial

Se inicia el estudio con la confección y aplicación del instrumento diagnóstico, con la finalidad de medir el grado de conocimiento de los estudiantes sobre el tema, y de identificar los errores, que cometen al desarrollar la multiplicación de monomios y polinomios, y luego de identificarlos, darles seguimiento y brindarle solución.

La prueba diagnosis presenta tres actividades, iniciando por preguntas básicas, que los alumnos deberían dominar fácilmente, en la segunda actividad debe resolver algunas multiplicaciones entre expresiones algebraica, hasta llegar a la tercera actividad en la que debe calcular el área de un rectángulo compuesto a su vez por tres rectángulos más pequeños.

Para el desarrollo de esta prueba diagnosis, los alumnos trabajaron primeramente en forma individual. Pasado un lapso prudente, formaron grupos de dos estudiantes para discutir entre si las respuestas de cada uno y al final unificar criterio en cuanto a las respuestas dadas.

Etapa de desarrollo

Corresponde al diseño e implementación de la guía didáctica con la finalidad de contribuir a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la multiplicación de monomios y polinomios, ya que, los alumnos del décimo grado Bachiller Industrial del Instituto Profesional Técnico e Industrial de Aguadulce (IPTIA) han presentado dificultades en el desarrollo de este tema.

La guía didáctica diseñada está estructurada en seis sesiones y presenta una serie de recomendaciones para reforzar los conocimientos previos, que son importantes para el desarrollo de la multiplicación de monomios y polinomios; algunas estrategias metodológicas que explican la multiplicación de monomios y polinomios a través del cálculo de áreas de figuras geométricas y el uso del material manipulativo, la caja de polinomios, de gran ayuda; para que los alumnos logren un aprendizaje significativo. Entre las actividades a desarrollar se presentan talleres colaborativos donde se busca que el alumno sea analítico, crítico, reflexivo, participativo, demostrando sus destrezas, habilidades, capacidad de organización y trabajo en equipo.

Etapa de cierre

Después de aplicada la guía didáctica a los alumnos, se procedió a la etapa evaluativa; aplicando nuevamente una prueba similar a la prueba diagnosis. Tanto en la parte de diagnosis como en la de cierre se aplicó la misma prueba con la finalidad de realizar un análisis comparativo de los resultados y así verificar la efectividad de la guía didáctica diseñada.

Resultados y discusión

Análisis comparativo de los resultados

A continuación, se presenta el análisis comparativo de los resultados obtenidos en la prueba diagnosis vs la prueba final. Resultados obtenidos después de realizar un análisis minucioso de cada una de las preguntas efectuadas.

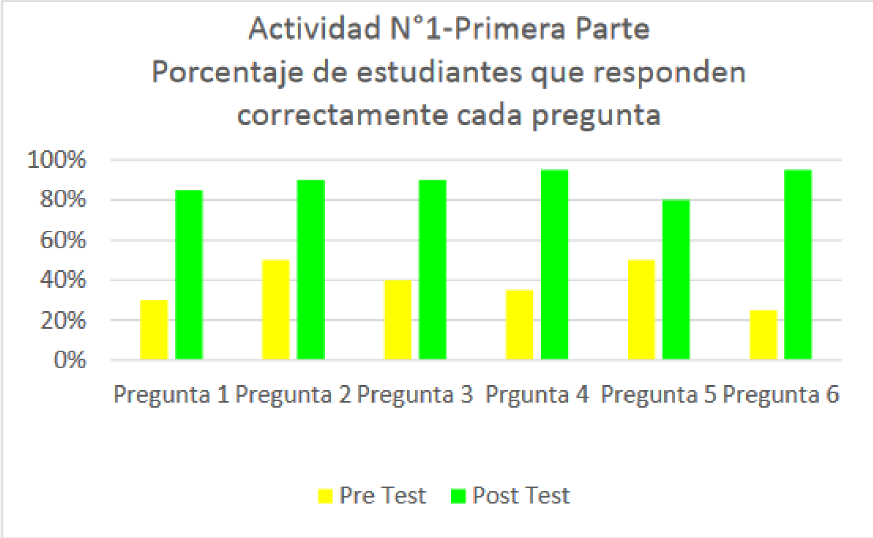

FIGURA 15.
Gráfico comparativo de los porcentajes de estudiantes que responden correctamente cada pregunta en el pre test y post test de la primera parte de la actividad 1.

En la tabla comparativa se observa, que en la aplicación del pre test solo un máximo de 50% de los estudiantes logró responder correctamente a algunas de las preguntas. Sin embargo, en el post test se evidencia una mejora considerable en el porcentaje de estudiantes que responden correctamente cada pregunta; por ejemplo, en el pre test la pregunta n°6 presentó el porcentaje más bajo siendo este de un 25% mientras que en el post test alcanzó un 95%. Lo que muestra que las actividades realizadas dan buenos resultados, conduciendo al estudiante a mejorar el dominio de los conceptos básicos de las expresiones algebraicas.

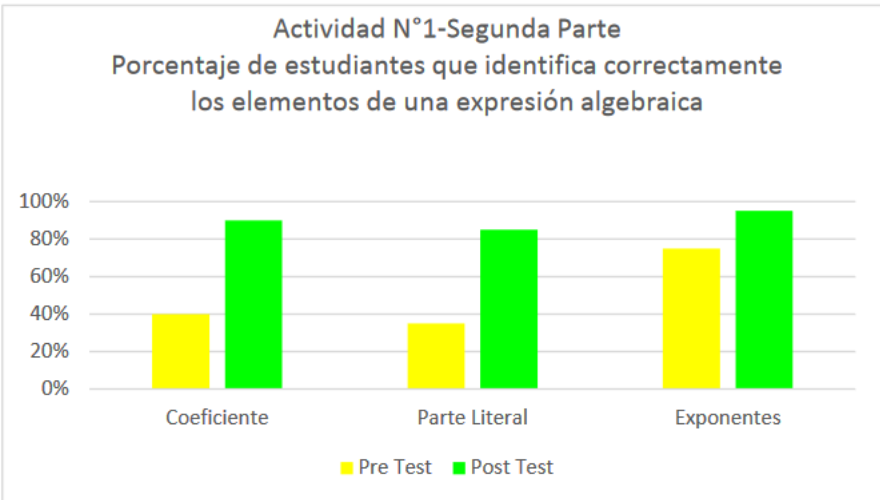

FIGURA 16.
Gráfico comparativo de los porcentajes de estudiantes que identifican correctamente los elementos de una expresión algebraica en el pre test y post test de la segunda parte de la actividad 1.

Como se observa en esta gráfica en el pre test la mayor parte de los estudiantes tuvieron dificultad para identificar los coeficientes y la parte literal de los monomios presentados, mientras que en el pos test más del 85% logró identificarlos correctamente.

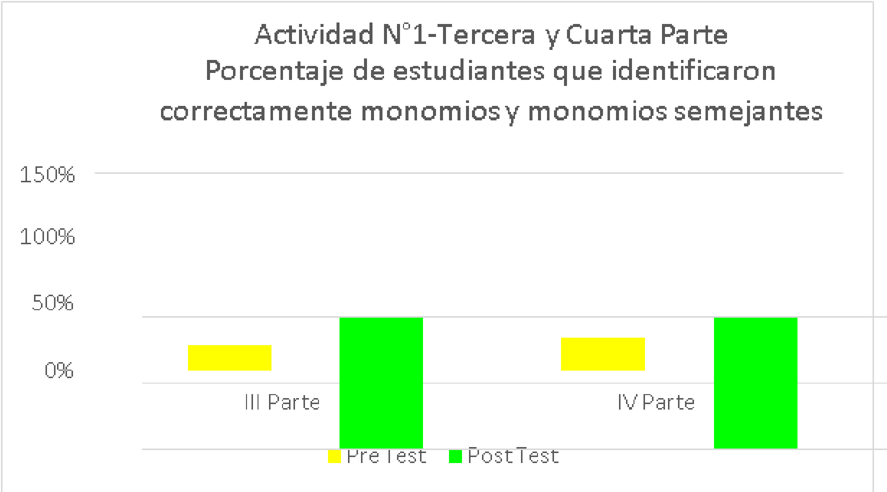

FIGURA 17.
Gráfico comparativo de los porcentajes de estudiantes que identifican correctamente monomios y monomios semejantes en el pre test y post test de la tercera y cuarta parte de la actividad 1.

En la tercera y cuarta parte de la actividad 1, los estudiantes debían identificar monomios y monomios semejantes respectivamente. En el pre test solo un máximo de 25% logró realizar una de las partes, sin embargo, en el post test el 100% pudo identificar los monomios y el 95% reconoció monomios semejantes.

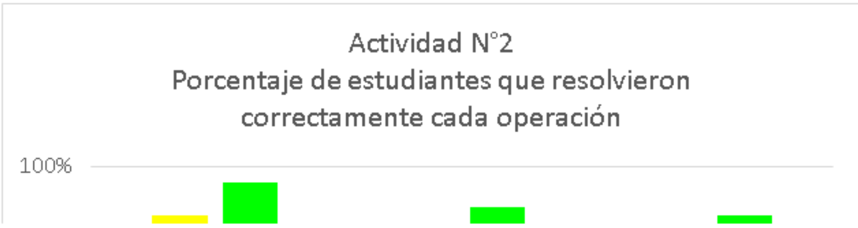

FIGURA 18.
Comparación de los porcentajes de estudiantes que resolvieron correctamente cada operación del pre test y post test de la actividad 2.

En la segunda actividad al estudiante se le presentaron tres multiplicaciones: monomios por monomios, monomios por polinomios y polinomios por polinomios. En la primera multiplicación se observó una mejora del 20% entre el pre test y post test. En la segunda multiplicación la mejora fue de 15% y en la tercera la mejora fue de 20%. Lo que demuestra la efectividad del material manipulativo utilizado en la guía didáctica.

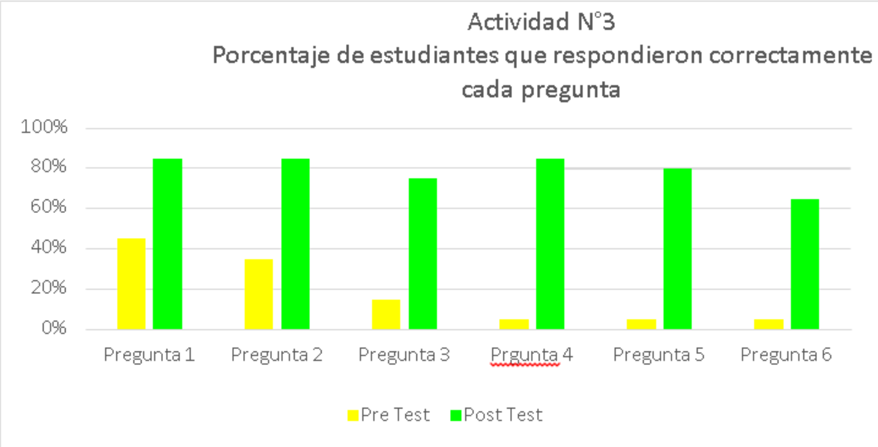

FIGURA 19.
Comparación de los porcentajes de estudiantes que respondieron correctamente las preguntas del pre test y post test de la actividad 3.

Con la actividad 3 se buscaba que el estudiante pudiese aplicar la multiplicación de monomios y polinomios a través del cálculo de áreas de figuras como los cuadrados y los rectángulos. En el pre test los resultados obtenidos fueron realmente bajos, pero al aplicar el post test estos mejoraron considerablemente. Lo que nos indica que la utilización de la caja de polinomios rindió muy buenos frutos facilitando al estudiante el cálculo del área de un rectángulo mediante la suma de las áreas de los rectángulos que lo componen a través de la manipulación de elementos concretos.

Observamos en las gráficas, que el desempeño de los alumnos mejoró notablemente de la prueba diagnosis, donde más del 50% de los alumnos no desarrollaron correctamente las actividades; a la evaluación final, donde el 85% si lo logró. Por lo tanto, podemos concluir que con la aplicación de la guía didáctica se obtuvieron resultados muy satisfactorios.

Conclusiones

La multiplicación de monomios y polinomios se ha convertido en un tema difícil, muy complejo para los estudiantes. Estos crean un obstáculo mental antes de intentar desarrollar su procedimiento. En este estudio se ha logrado aportar una herramienta didáctica significativa que permitió ayudar al alumno a superar esos complejos y a internalizar los procesos.

Los resultados evidenciaron, que la guía didáctica aplicada cuenta con un alto nivel de eficiencia, la utilización de la caja de polinomios en la enseñanza de la multiplicación de monomios y polinomios influye positivamente, para alcanzar los objetivos establecidos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

La caja de polinomios, siendo un material concreto, se ha convertido dentro del proceso de enseñanza aprendizaje en una herramienta didáctica muy práctica, fácil e interesante para utilizar en el desarrollo de algunos temas. Además de ayudar en la multiplicación de monomios y polinomios, también se puede usar en otras operaciones como la suma, resta y división de polinomios.

La caja de polinomios tiene algunas limitantes en su uso, sin embargo, es un material excelente para introducir el tema de la multiplicación de monomios y polinomios y lograr que los alumnos dominen el proceso. El mismo se puede complementar con otro recurso que permita multiplicar polinomios de grados más altos.

Referencias Bibliográficas

Ausbel, D.P., Novak, J.D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México, Editorial Trillas.

Jiménez, S. M., y Salazar, V.P. (2013). *Propuesta didáctica: tabletas algebraicas como una alternativa de enseñanza del proceso de factorización de algunos polinomios de segundo grado.* Bogotá, Colombia.

Moreira, M. A. (1997). *Aprendizaje significativo: un concepto subyacente.* Actas del encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo, 19, 44.

Olfos Ayarza, R., Soto Soto, D., & Silva Crocci, H. (2007). *Renovación de la enseñanza del álgebra elemental: un aporte desde la didáctica*. Estudios pedagógicos (Valdivia), 33(2), 81-100.

Rodríguez, A. A., García, J. A., y Palacios, O. J. (2014). *Caja de polinomios: una experiencia lúdica en el aprendizaje del álgebra*. Pedagogía en Acción, 2, 34-42.

Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1996). *Iniciación al álgebra.*

Soto, F., Mosquera, S., & Gómez, C. (2005). La caja de polinomios. Enseñanza Universitaria, 15

Soto Agreda, O. F., Naranjo, C. S., & Lozano, J. A. (2009). Aprendizaje del Álgebra en grupos con discapacidad auditiva utilizando la Caja de Polinomios. Revista Sigma, 9(1), 38-60.

Torres Cifuentes, R. A. (2018). Enseñanza de las operaciones entre polinomios de una variable de primer y segundo grado bajo el enfoque de la resolución de problemas. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Colombia.

Villarroel, J.M. (2014). Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios”, en estudiantes de octavo grado de la IM María Cano del municipio de Medellín. Facultad de Ciencias. Colombia.