

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS: UM ESTUDO SOBRE O DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL E OS CONHECIMENTOS DECLARATIVOS DE FIGURAS PLANAS NOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

GEOMETRIC PROBLEM SOLVING: A STUDY OF CONCEPT DEVELOPMENT AND DECLARATIVE KNOWLEDGE OF PLANE FIGURES IN EARLY YEARS OF BASIC EDUCATION

Tortora, Evandro; Pirola, Nelson Antonio

 Evandro Tortora

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho,
Brasil

 Nelson Antonio Pirola

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho,
Brasil

**REAMEC – Rede Amazônica de Educação em
Ciências e Matemática**

Universidade Federal de Mato Grosso, Brasil

ISSN-e: 2318-6674

Periodicidade: Frecuencia continua

vol. 4, núm. 1, 2016

revistareamec@gmail.com

URL: [http://portal.amelica.org/ameli/
jatsRepo/437/4372109008/index.html](http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/437/4372109008/index.html)

DOI: [https://
doi.org/10.26571/2318-6674.a2016.v4.n1.p104-125.i5320](https://doi.org/10.26571/2318-6674.a2016.v4.n1.p104-125.i5320)

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática -os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de proceder a ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.



Este trabalho está sob uma Licença Creative Commons Atribuição-
NãoComercial 4.0 Internacional.

Resumo: Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado que apresenta uma análise da seguinte questão de investigação: “Quais as principais características dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, quanto ao desenvolvimento conceitual de figuras planas e à utilização dos conhecimentos declarativos na resolução de problemas envolvendo geometria plana?”. Este estudo foi desenvolvido à luz da teoria da formação de conceitos de Klausmeier e Goodwin (1977). Participaram 20 crianças do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental. Os participantes responderam a uma entrevista sobre aulas de geometria e a uma avaliação composta por dois problemas geométrico. A análise dos protocolos mostrou que as crianças tinham poucos conhecimentos sobre atributos definidores das figuras planas apresentadas, o que as levaram a ter dificuldades na definição e representação dos conceitos que definiriam figuras da mesma classe, mostrando-se dependentes de uma única representação para cada figura plana, o que aponta para os níveis de desenvolvimento mais elementares da formação de conceitos: nível concreto e de identidade.

Palavras-chave: aprendizagem, geometria, conceitos, anos iniciais do ensino fundamental.

Abstract: This article is an excerpt of a master's research presents an analysis of the following research question: "What are the main characteristics of students in the early years of elementary school on the conceptual development of plane figures and the use of declarative knowledge in solving problems involving plane geometry?". This study was developed in light of the theory of the formation of concepts Klausmeier and Goodwin (1977). The study included 20 children from first to fifth year of elementary school. Participants were interviewed about geometry classes and an assessment consists of two geometric problems. The analysis of the protocols showed that children had little knowledge about defining attributes of the displayed plane figures, which led them

to have difficulties in defining and representing the concepts that define figures of the same class, dependent showing up a single representation for each figure flat presented pointing to the most basic levels of development of concept formation: concrete level and identity.

Keywords: learning, geometry, concepts, early elementary school years.

1. INTRODUÇÃO

Vários pesquisadores do campo da Educação Matemática têm se debruçado sobre diversos aspectos que influenciam o processo de ensino e aprendizagem da matemática escolar, como por exemplo, Brito (2010), Tortora (2012), Nascimento (2008), entre outros. Estudos que enfocam os aspectos cognitivos são encontrados frequentemente em pesquisas da área da Psicologia da Educação Matemática – PME. A PME é uma área interdisciplinar que tem como principal objetivo investigar processos de ensino e aprendizagem da Matemática tendo como fundamentos as teorias da Psicologia.

No âmbito das pesquisas desenvolvidas na PME, encontram-se estudos relacionados à resolução de problemas envolvendo os conhecimentos de geometria, desenvolvidos na educação escolar e, entre eles, podemos citar os de Viana (2000), Viana (2005), Rezi (2007), Pirola (2000), Proença (2008), Tortora (2012), entre outros.

Parece haver consenso entre esses autores sobre a existência de um ensino precário da geometria nas escolas em diferentes níveis de ensino. Segundo Pirola (2000) a ênfase do ensino da matemática escolar tem sido concentrada mais nos aspectos aritméticos e algébricos sendo que a geometria quase sempre é deixada para o último semestre, não havendo relação com outros campos da Matemática, sendo que o ideal seria a articulação da geometria com: a álgebra, o tratamento da informação, as grandezas e medidas, as manifestações artísticas, os elementos da natureza, a Física, entre outros campos de estudo.

Apesar da importância da aprendizagem de geometria já nos anos iniciais, nota-se que pesquisas que abordam esse tema parecem escassas.

Por meio de um levantamento nos anais dos três últimos ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) e dos quatro últimos SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática), dois dos principais congressos na área da Educação Matemática do Brasil, constatou-se que esses temas quase não são explorados pelos pesquisadores.

Foi realizada uma busca pelas palavras-chave “geometria”, “séries iniciais” e “anos iniciais” e, dentre os três últimos ENEM (IX, X e XI), que ocorreram nos anos de 2007, 2010 e 2013, não foi encontrado nenhum trabalho relacionado às palavras-chave pesquisadas no IX ENEM, enquanto nos X e XI ENEM encontram-se quatro trabalhos, em cada um, que tratavam do ensino de geometria nos anos iniciais.

Com relação aos últimos SIPEM (III, IV, V e VI), ocorridos nos anos de 2006, 2009, 2012 e 2015, foi encontrado apenas um trabalho que abordava o tema de ensino de geometria nos anos iniciais, que foi apresentado no III SIPEM, e dois trabalhos no VI SIPEM.

Considerando a aparente escassez de trabalhos na área da Educação Matemática e a relevância da aprendizagem da geometria nos anos iniciais, que possibilita aos sujeitos o desenvolvimento de uma série de habilidades, como orientação espacial, percepção geométrica, abstração, representação mental de imagens, entre outras, delimitamos um problema de pesquisa que deu origem à dissertação de mestrado intitulada: “Resolução de problemas geométricos: um estudo sobre os conhecimentos declarativos, desenvolvimento conceitual, gênero e atribuição de sucesso e fracasso de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental” (TORTORA, 2012). Este artigo traz um recorte dessa dissertação enfocando apenas os

conhecimentos geométricos, não se detendo nas questões de gênero e de atribuição de sucesso e fracasso. Desta forma, o seguinte problema de pesquisa foi formulado: Quais as principais características dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental quanto ao desenvolvimento conceitual de figuras planas e a utilização dos conhecimentos declarativos na resolução de problemas envolvendo geometria plana?

2. CONHECIMENTOS DECLARATIVOS, A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL.

Durante sua vida escolar, os indivíduos se deparam com diferentes tipos de problemas que exigem diferentes tipos de conhecimentos. Alguns problemas requerem do solucionador o domínio e a ativação de conhecimentos fatuais e conceituais específicos (denominados de conhecimento declarativo), bem como técnicas e estratégias (denominados de conhecimento de procedimento). Esses dois tipos de conhecimentos devem estar sempre articulados em um processo de resolução de problemas matemáticos, como mostra o trabalho de Nascimento (2008). De acordo com essa autora:

No momento da resolução de uma situação problema, na ação, existe uma combinação entre esses dois tipos de conhecimento, na qual um ou outro se destaca. Assim, uma atividade que tem como cerne o conhecimento de procedimentos para sua resolução, quase sempre vai requerer algum conhecimento conceitual. (Nascimento, 2008, p. 23)

Desta forma, quando o aluno se depara com problemas relacionados à matemática, ele deve ter um rol de conhecimentos declarativos que o permita saber o que fazer para solucioná-lo (conhecimentos declarativos), além de fazer uso de técnicas por meio de conhecimentos de procedimentos.

De acordo com Anderson (1983), os conhecimentos declarativos são aqueles que o indivíduo expressa por meio de descrições e costumam ser mais fáceis de ser verbalizados. Os conhecimentos declarativos podem ser expostos não apenas por meio da fala, mas por outras linguagens que permitam que o sujeito de expresse. Nesta pesquisa foi feita uma análise dos conhecimentos declarativos de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sobre figuras planas, durante a resolução de problemas geométricos.

A resolução de problemas é um campo bastante estudado na Educação Matemática, em especial, na área da Psicologia da Educação Matemática. Autores como Polya (1995), Thompson (1989), Dante (1989), Onuchic (1999) já apontaram a importância da resolução de problemas para o ensino e aprendizagem da matemática, há décadas atrás.

Diante de uma tarefa matemática, como a resolução de problemas, os estudantes realizam diversas operações cognitivas, como levantar conjecturas, generalizar resultados, validar hipóteses, estabelecer relações, elaborar estratégias, utilizar flexibilidade de pensamento etc. Alguns estudos, como os de Araújo (1999), Pirola (1995, 2000), Passos (2000) e Proença (2008), foram desenvolvidos utilizando a resolução de problemas para investigar aspectos cognitivos e metodológicos relacionados à aprendizagem da Matemática. Segundo Brito (2011, p. 38), “a solução de problemas refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução”.

Articulada ao conhecimento declarativo pode-se citar a teoria de formação de conceitos de Klausmeier e Goodwin (1977) cujos estudos procuraram explicitar o desenvolvimento conceitual dos indivíduos por meio de cinco níveis cognitivos que vai do mais básico ao mais desenvolvido: nível concreto, nível de identidade, nível de classificação e nível formal.

Segundo Klausmeier e Goodwin (1977, p. 312), um conceito é uma “informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas – objetos, eventos ou processos – que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada de ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas”. Para tornar essa definição mais clara, podemos fazer uso de um exemplo:

Pensemos em um quadrado: a princípio, nos vem à mente a imagem de um quadrado, mas qual o conceito de quadrado por trás dessa imagem? Pensando na definição acima, a informação ordenada sobre

as propriedades de um quadrado poderia ser obtida da definição formal da geometria, segundo a qual um quadrado é um retângulo que possui quatro lados com o mesmo comprimento. Por meio desta definição poderíamos diferenciá-lo dos demais quadriláteros e ainda incluí-lo na classe dos paralelogramos.

Quando se fala em conceitos, também é importante destacar ideias a respeito dos atributos, os quais ajudam a entender o nível conceitual em que o aluno se encontra. Para Klausmeier e Goodwin (1977), “um atributo é uma característica discriminável de um objeto ou evento que pode assumir valores diferentes, por exemplo, cor, forma, etc.” (1977, p. 52).

Existe uma relação direta entre o domínio do conceito e seus atributos definidores. Quanto mais conhecimentos um indivíduo acumular a respeito dos atributos definidores de um conceito, maior será o domínio sobre ele.

Um conceito, para Klausmeier e Goodwin (1977), apresenta quatro níveis de desenvolvimento diferentes. Pirola (1995) foi um dos pesquisadores que se dedicou à investigação desses níveis aplicados ao ensino da geometria. Esse autor elaborou alguns testes para avaliar a aprendizagem de atributos definidores apresentada por alunos do Ensino fundamental. A seguir, serão apresentadas algumas características desses níveis.

Nível concreto: Trata-se do primeiro nível de desenvolvimento conceitual. É o mais simples e refere-se ao reconhecimento de um objeto que já fora encontrado em uma ocasião anterior. Segundo Klausmeier e Goodwin (1977), as operações mentais exigidas por esse nível são “prestar atenção a um objeto, discriminá-lo de outros objetos, representá-lo internamente como uma imagem ou traço e manter a representação (lembrar)”.

Nível de Identidade: Para que um indivíduo forme um conceito no nível da identidade é necessário que este conceito já tenha sido formado no nível concreto. Neste nível, o indivíduo reconhece o objeto que foi encontrado em uma ocasião anterior, independente da sua perspectiva física ou aspecto sensorial. No caso da aprendizagem de conceitos em geometria, o aluno que se encontra nesse nível de desenvolvimento com relação às figuras geométricas, poderia reconhecê-las independente de sua perspectiva física, pois, como Klausmeier e Goodwin (1977) afirmam

Enquanto que a formação do conceito no nível concreto envolve apenas a discriminação de outros objetos, a formação no nível de identidade envolve tanto discriminar várias formas de outros objetos, como também generalizar as formas equivalentes (KLAUSMEIER e GOODWIN, 1977, p. 53).

Desta forma, dadas as figuras abaixo, o indivíduo que estivesse com o nível de desenvolvimento de quadrado no nível de identidade poderia reconhecer as figuras abaixo como quadrados.

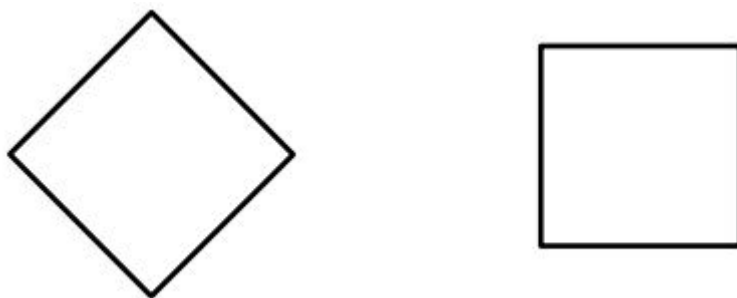


FIGURA 1

Exemplos de quadrados que podem ser reconhecidos como tal pelos indivíduos no nível de identidade.

Nível Classificatório: Um indivíduo tem um conceito desenvolvido no nível classificatório quando classifica pelo menos dois diferentes exemplos de objetos, eventos ou ações na mesma classe.

Para o desenvolvimento de um conceito nesse nível é necessário que o sujeito já tenha desenvolvido o conceito no nível de identidade. Para Klausmeier e Goodwin (1977, p. 54):

Indivíduos ainda estão no nível classificatório quando podem classificar corretamente um grande número de instâncias como exemplos e outras como não exemplos, mas não podem definir a palavra que representa o conceito e também não podem explicar a base da classificação. (KLAUSMEIER e GOODWIN, 1977, p. 54).

As operações mentais necessárias para a formação dos conceitos no nível classificatório são: ter formado um conceito de duas ou mais coisas no nível de identidade e ser capaz das operações dos níveis de identidade e classificatório.

O Nível Formal: Este é o nível de desenvolvimento mais elevado. O indivíduo com um conceito neste nível é capaz de elaborar definições levando em consideração os atributos definidores, exemplos e não exemplos e o estabelecimento de relações entre os conceitos (Princípios).

Para Klausmeier e Goodwin (1977),

A formação de um conceito no nível formal é inferida quando o indivíduo sabe dar o nome dos conceitos, sabe definir o conceito em termos de seus atributos definidores, sabe discriminar e nomear esses atributos e sabe diferenciar entre exemplos e não exemplos em termos dos atributos definidores (p.55).

As operações cognitivas neste nível de desenvolvimento também são mais elaboradas. A partir do momento em que o indivíduo realizou as operações do nível anterior (nível classificatório), ele discrimina atributos da classe do objeto, pode hipotetizar os atributos e princípios relevantes ao objeto, lembrar-se de hipóteses e avalia-as. Ou ainda, o sujeito pode discriminar os atributos da classe em que o objeto se encontra e, em seguida, perceber esses atributos e/ou princípios em outros exemplos. Em ambos os casos, o sujeito deve ser capaz de fazer inferências do conceito.

Para ilustrar o desenvolvimento de um conceito, apresenta-se a seguir um esquema que mostra como se dá o desenvolvimento do conceito de quadrado, levando em conta os quatro níveis de formação de conceitos.

Ao mostrar para a criança a figura de um quadrado, ela estabelece uma relação entre o nome “quadrado” e aquela imagem. Desde então, quando o sujeito recorre a este modelo, reconhece quadrados em outras situações. Quando isso acontece, o sujeito tem o conceito de quadrado desenvolvido no nível concreto.

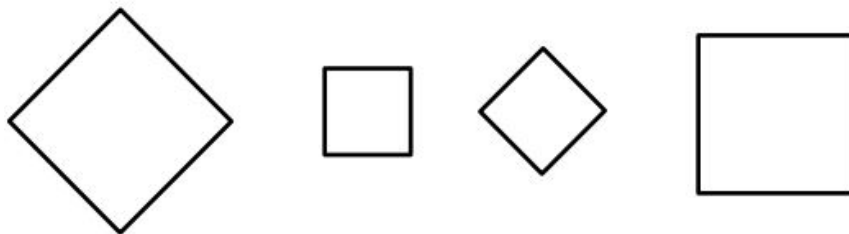


FIGURA 2

Exemplos de quadrado que podem ser reconhecidos como tais pelos indivíduos no nível de identidade.

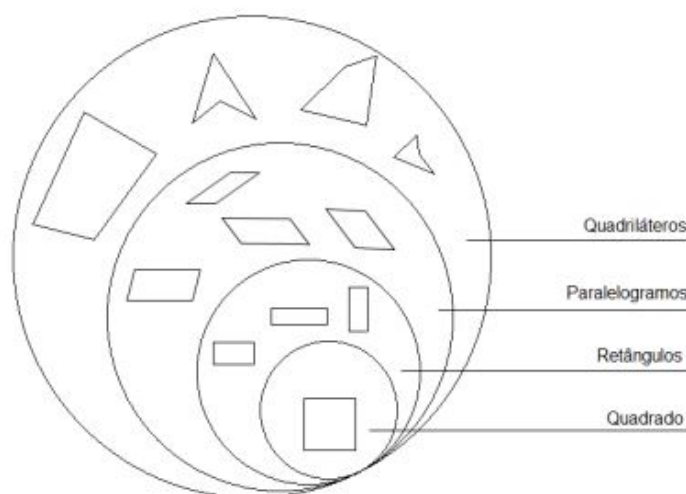


FIGURA 3

Possíveis classificações que o sujeito pode fazer com relação ao quadrado.

Em um momento posterior, o indivíduo poderá perceber as semelhanças entre o quadrado e outros quadriláteros e, desta forma, classificá-los dentro de determinados conjuntos, como mostrado na figura 3.

Por fim, quando o indivíduo atinge o nível formal, ele será capaz de reconhecer exemplos e não exemplos de quadrado, saber quais são seus atributos definidores, que se trata de uma figura plana, fechada, formada por quatro segmentos de reta com a mesma medida e com os quatro ângulos internos medindo noventa graus.

Um conceito formado nos dois primeiros níveis pode ser usado para solucionar problemas de menor complexidade, baseados na percepção. Contudo, ao formar um conceito nos últimos dois níveis, o indivíduo é capaz de generalizar seus conhecimentos para novos exemplos, perceber relações de causa e efeito e fazer outras relações com outros conceitos. Os estudos de Klausmeier e Goodwin (1977) abrangem não só a formação de conceitos geométricos, mas a formação de qualquer conceito.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Uma vez que o pesquisador conhece qual a questão que norteará o seu trabalho, é necessário que ele tome algumas decisões quanto à metodologia de pesquisa que será adotada. Neste trabalho, optou-se pela utilização de uma metodologia de investigação qualitativa para análise e coleta de dados, seguindo os pressupostos de Bogdan e Biken (1994).

3.1. Participantes

Foram selecionados 10 meninos (2 meninos de cada ano) e 10 meninas (2 meninas de cada ano) dos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, tomando-se o cuidado de selecionar o mesmo número de meninos e de meninas.

A escola foi selecionada por conveniência, visto que o pesquisador já havia trabalhado nessa unidade escolar e conhecia a direção e os pais de alguns alunos participantes da pesquisa. Os dois meninos e as duas meninas de cada ano escolar foram selecionados por indicação da professora da sala que foi orientada a escolher as crianças considerando apenas se elas gostariam de participar da pesquisa e se os pais dos alunos haviam autorizado sua participação por meio de um termo de consentimento livre e esclarecido.

3.2. Procedimentos de coleta de dados

A coleta de dados aconteceu em dois momentos distintos: primeiramente foi realizado um estudo piloto com o intuito de levar o pesquisador a ensaiar a coleta de dados e testasse as questões que seriam feitas aos estudantes na entrevista e na avaliação de conhecimentos geométricos.

Tanto no estudo piloto quanto na aplicação do estudo, o pesquisador acompanhava a criança até uma sala reservada em que ela respondia individualmente às questões que lhe eram feitas.

Após a aplicação do estudo piloto, percebeu-se que algumas crianças não compreendiam algumas questões que eram feitas, como por exemplo, aquelas relacionadas à palavra geometria.

Para algumas crianças, a palavra “geometria” era desconhecida ou não conhecia os conteúdos ensinados nessa parte da Matemática. Sendo assim, acrescentou-se na pesquisa principal uma entrevista preliminar, composta por questões abertas, por meio das quais se pretendia conhecer o que a criança compreendia por geometria e algumas de suas considerações sobre as atividades que eram desenvolvidas nas aulas de geometria.

Toda a coleta de dados foi filmada para que o pesquisador pudesse identificar possíveis leituras gestuais com relação aos conhecimentos declarativos das crianças.

Após a filmagem, os registros foram organizados em tabelas para serem analisados com os vídeos. Os pais dos participantes autorizaram as filmagens.

3.3. Instrumentos de coleta de dados

3.3.1. *A entrevista inicial*

Por meio do estudo piloto, percebeu-se que algumas crianças não sabiam o que era geometria ou quais conteúdos eram trabalhados nessa parte da Matemática. Além disso, Para averiguar essas informações, foi feita a seguinte pergunta: “Você sabe o que a gente pode aprender quando a professora está ensinando geometria?”

3.3.2. *A avaliação composta por problemas envolvendo geometria*

Para elaborar esta avaliação, optou-se por realizar um levantamento das habilidades geométricas que são trabalhadas com as crianças nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Para tanto, alguns documentos disponibilizados online por alguns municípios serviram de base para o levantamento de tais habilidades.

Vários documentos foram encontrados, contudo quase todos apresentavam as mesmas características quanto ao desenvolvimento de habilidades nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desta forma, decidiu-se selecionar aleatoriamente três destes documentos (Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ciclo I (SÃO PAULO, 2008), Orientações Curriculares do Município de São Paulo (SÃO PAULO, 2007) e o Currículo da Educação Básica para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental do Distrito Federal (BRASÍLIA, 2008) que serviram de base para o estudo das habilidades a serem desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Considerando as habilidades citadas nesses documentos e também as habilidades desenvolvidas pelos alunos, com relação à geometria, foi elaborada uma avaliação contendo dez problemas. Neste artigo serão discutidos os resultados do desempenho dos alunos na resolução de dois problemas, envolvendo as habilidades contidas no quadro 1.

QUADRO 1

Habilidades, operacionalizações e conteúdos abordados na avaliação de conhecimentos geométricos.

Habilidade	Operacionalização	Conteúdo
H1 - Identificar figuras geométricas planas	Associar figuras planas aos seus respectivos nomes.	Conceitos relacionados à geometria plana envolvendo triângulos, quadrados, círculos e retângulos.
H2 - Representar diferentes figuras planas	Desenhar figuras planas observando suas características definidoras	

Na operacionalização da habilidade “Identificar figuras geométricas planas”, foi proposto o problema 1 que tratava de uma situação no qual eram mostrados, separadamente, alguns cartões contendo figuras planas e a criança deveria identificar a figura do cartão pelo nome. As figuras eram: círculos, triângulos, quadrados, trapézio, pentágono, losango, paralelogramo e retângulos. As figuras apareciam na forma padrão e na forma rotacionada.

Em seguida, a criança deveria responder a algumas questões. Desta forma, seriam evidenciados os conhecimentos declarativos sobre as figuras do quadrado, círculo triângulo e do retângulo. O trapézio, losango, paralelogramo e o pentágono foram colocados para verificar a discriminação dos alunos em relação às outras figuras.

Foram feitas as seguintes indagações:

Você já conhecia todas essas figuras? Quais delas você já conhecia?

(I) Onde você costuma vê-las?

(II) Já aprendeu algo sobre elas na escola?

(III) O que você já aprendeu sobre:

a. O quadrado?

b. O triângulo?

c. O círculo?

d. O retângulo?

Nesta questão era esperado perceber os conhecimentos declarativos dos alunos por meio de um problema em que eles deveriam identificar figuras geométricas planas, dizer o nome de cada uma delas e, em seguida, descrever algumas de características das figuras geométricas. Ao descrever as características dessas figuras pretendíamos verificar se as crianças já reconheciam alguns atributos definidores das figuras aqui apresentadas. É importante destacar que o objetivo não era que a criança respondesse de forma formal. A linguagem das crianças foi respeitada. Por exemplo: É muito comum crianças dos anos iniciais do Ensino fundamental chamar o “vértice” do triângulo de “ponta”; os lados de “retinhas” e assim por diante. O que se esperava é que a criança, por meio da visualização pudesse elencar o maior número de atributos das figuras.

Para resolver o problema 2 era necessário que a criança fizesse uso da habilidade “Representar diferentes figuras planas”. Neste problema, era solicitado que a criança desenhasse três quadrados, três círculos, três retângulos e três triângulos.

Junto com essa atividade, a fim de tomar conhecimento sobre os conhecimentos declarativos das crianças a respeito das quatro figuras geométricas, cujo desenho foi solicitado no exercício anterior, foram feitas as seguintes questões:

(I) Estas três (figura desenhada) são diferentes? (Se a criança respondesse “não”, seria solicitado que a criança desenhasse uma nova figura).

(II) Por que estas três (figura desenhada) são diferentes? Se a criança diferenciasse as figuras pela inclusão de “traços” ou outros detalhes deveria questionar a criança se, apesar daqueles detalhes, a figura ainda continuaria sendo um quadrado, círculo, retângulo ou triângulo.

(III) O que diferencia o _____ (falar o nome da figura plana em questão) das outras figuras geométricas?

(IV) O que é um:

- a. Quadrado?
- b. Círculo?
- c. Retângulo?
- d. Triângulo?

Neste problema, era esperado que os participantes representassem as diferentes figuras planas por meio do desenho, diferenciassem as figuras e apresentassem uma definição para cada uma delas, baseados nos próprios conceitos a respeito das figuras. Esse problema era constantemente utilizado por Klausmeier e Goodwin (1977) e por Pirola (1995). Quando se pede para a criança desenhar três tipos de figuras, pretende-se verificar qual o atributo que ela varia, como número de lados, tamanho da figura, cor, rotação ou outro exemplo específico da figura.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em relação à entrevista inicial com as crianças, foi percebido que elas não conheciam a palavra geometria. Afirmaram que os professores não a utilizava nas aulas. As crianças que já tinham ouvido falar de geometria afirmaram que isso ocorreu em casa, e na televisão. Afirmaram, também, que já tinham aprendido as figuras geométricas, mas não associavam isso à geometria.

Os problemas 1 e 2 pretendiam analisar as características dos alunos a respeito do desenvolvimento conceitual sobre a geometria plana envolvendo triângulos, quadrados, círculos e retângulos. Durante a resolução destes problemas, houve a intenção de verificar o nível conceitual dos estudantes (KLAUSMEIER E GOODWIN, 1977) no processo de identificação e representação de figuras geométricas.

Investigamos as habilidades de “Identificar figuras geométricas planas” e de “Representar diferentes figuras planas”. Por meio da visualização e da verbalização os alunos puderam utilizar seus conhecimentos declarativos para solucionar os problemas.

Durante a resolução destes problemas, tivemos a intenção de verificar o nível conceitual dos estudantes no processo de identificação e representação de figuras geométricas.

A imagem 4 apresenta as respostas dadas pelas crianças durante a resolução do problema 1. Na coluna “Resposta esperada” constam as respostas que esperávamos das crianças e os números de um a vinte indicam o número do participante que deu as respostas, sendo que os números cuja célula está preenchida na cor amarela são meninos e na cor laranja são meninas. Os participantes 1, 2 3 e 4 são do primeiro ano, 5, 6, 7 e 8, do segundo ano, 9, 10, 11 e 12, do terceiro ano, 13, 14, 15 e 16, do quarto anos e 17, 18, 19 e 20, do quinto ano. Há figuras, como paralelogramo, trapézio, pentágono e losango que foram colocadas a título de diferenciação das demais figuras, entretanto não eram alvos da pesquisa.

QUADRO 2
Legenda para leitura da imagem 4.

Símbolo	Significado
-	Não sabe ou não lembra.
✓	Deu a resposta esperada
*	Retângulo
**	Quadrado
***	Trapézio
****	Losango

Resposta esperada	Imagem	RESPOSTAS NO PROBLEMA I																			
		Participante																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1 Retângulo		-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	**	✓	✓	✓	****	✓	✓	✓	✓
2 Triângulo		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3 Trapézio		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**	-	-	-	**	-	-
4 Círculo		*	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
5 Triângulo		✓	-	-	✓	✓	*	-	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6 Quadrado		✓	-	-	✓	****	✓	-	✓	-	-	✓	✓	-	-	✓	-	****	-	-	-
7 Pentágono		-	-	-	-	-	-	-	-	*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8 Quadrado		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
9 Retângulo		-	-	***	✓	-	✓	✓	✓	-	✓	✓	**	-	✓	✓	-	-	✓	-	✓
10 Losango		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	*	-	-	-	-	-	✓	**	-	-
11 Triângulo		-	-	-	✓	-	-	✓	✓	-	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12 Paralelogramo		-	-	-	**	-	**	*	*	-	**	*	**	-	*	-	-	-	*	-	-

IMAGEM 4
Respostas dadas pelas crianças durante a resolução do problema 1.

Os problemas 1 e 2 pretendiam analisar as habilidades de “Identificar figuras geométricas planas” e de “Representar diferentes figuras planas”. Fazendo uso destas habilidades, os alunos puderam utilizar seus conhecimentos declarativos para solucionar os problemas. Além disso, tivemos a intenção de verificar o nível conceitual dos estudantes no processo de identificação e representação de figuras geométricas durante a resolução desses problemas.

Com as respostas dadas pelos alunos foi possível perceber que eles apresentaram diferentes níveis de desenvolvimento conceitual para cada figura geométrica. Por exemplo, os participantes 1, 4, 6, 8, 11, 12 e 15 conseguiram perceber os dois quadrados do teste (figuras 6 e 8), independente de sua inclinação, diferente dos demais estudantes.

Da mesma forma, os participantes 2, 3, 5, 9, 12, 13, 16, 17 e 19 conseguiram reconhecer a figura 1 (retângulo), mas não reconheceram a figura 9, a qual seria o mesmo retângulo, contudo, rotacionado.

Várias divergências também ocorreram em relação aos triângulos apresentados às crianças. As figuras 2, 5 e 11 são triângulos, mas percebemos que a maioria dos participantes que reconheceu a figura 2 não reconheceu as figuras 5 e 11 como triângulos. Apenas os participantes 4 e 8 reconheceram os três triângulos do problema.

Algo semelhante aconteceu nos estudos de Wu e Ma (2005), no qual os alunos tiveram dificuldades em identificar figuras extremamente obtusas, o que sugere que este tipo de figura pode não ter sido trabalhada no contexto escolar, ou trabalhada de forma inadequada.

Além disso, assim como Proença (2008) concluiu em seus estudos, parece que os alunos não tinham conhecimentos declarativos suficientes a ponto de poder desenvolver adequadamente o conceito das figuras geométricas abordadas nos testes.

Pirola (1995) também chegou a esta conclusão, argumentando que muitos alunos generalizam que triângulo é somente aquele parecido com o equilátero. Isso ocorre porque não são fornecidos um conjunto de exemplos e não-exemplos (contraexemplo) aos estudantes, conforme também alertam Klausmeier e Goodwin (1977).

Por meio da análise das questões, constatou-se que os alunos já conheciam algumas figuras geométricas presentes em outros contextos da sua vida cotidiana, mas não conseguiram identificá-las pelo nome, o que pode sugerir a existência independente entre as habilidades de verbalização e de reconhecimento de figuras geométricas. É importante destacar que a relação nome-figura é trabalhada desde a educação infantil, envolvendo o triângulo, o quadrado, o retângulo e o círculo.

A habilidade de verbalização necessária, especificamente, de conhecimentos declarativos a respeito dos nomes das figuras e seus atributos definidores, entretanto, parece que as crianças não tinham conhecimentos declarativos suficientes para responder às questões.

Muitos participantes tentaram suprir essas dificuldades por meio de gestos, como os participantes 1, 6, 14, 15 e 18. Neste sentido, Araújo (1999), salienta a importância da linguagem no ensino de geometria, o que pode auxiliar no desenvolvimento da habilidade verbal dos alunos.

Aqueles participantes que diferenciaram as figuras observando características como a posição da figura no espaço, como os participantes 5, 6, 12, 16 e 19, apresentaram características que apontam para o nível conceitual de identidade, pois, pudemos constatar, tanto no problema 1 quanto no problema 2, que eles não reconhecem figuras idênticas que são apresentadas com inclinações diferentes (figuras 1 e 9 e figuras 6 e 8).

Além disso, no problema 2, esses participantes apresentaram a inclinação das figuras planas como sendo característica responsável pela diferenciação entre elas. Isso indica que os alunos enxergaram as figuras planas como um todo, sem distinguir seus atributos definidores, o que sugere que se encontram no nível mais elementar de desenvolvimento conceitual: o concreto. De acordo com Klausmeier e Goodwin (1977), isso acontece porque muitos estudantes consideram atributos irrelevantes (como cor, tamanho, orientação) como sendo definidor.

Entretanto, alguns participantes poderiam ser classificados no nível conceitual de identidade com relação às figuras do quadrado, do círculo, do retângulo e do triângulo. Os participantes 3, 4, 5, 9, 11, 17 diferenciaram estas figuras por aspectos relacionados aos seus atributos definidores, como tamanho ou número dos lados ou pela área que ocupa no espaço.

Alguns dos alunos, como a participante 16, parecem estar em transição na aquisição de conceitos, pois, apesar de ainda não distinguirem algumas figuras por estarem inclinadas, conseguem apontar diferenças ligadas à quantidade de lados das figuras.

Nesse sentido, percebemos que existe uma fase de transição entre o desenvolvimento do conceito do nível concreto para o nível de identidade, pois no nível concreto o aluno pode não possuir conhecimentos declarativos para explicar a figura com relação aos seus atributos definidores.

Sobre as questões respondidas pelos alunos, especificamente quanto à identificação das diferenças entre as figuras planas, podemos notar que é comum que alunos gesticulem tentando explicar por meio de desenhos as diferenças entre as figuras. Isso sugere que, por meio da habilidade de desenho, as crianças podem representar

conhecimentos declarativos com relação à diferenciação das figuras geométricas. A habilidade de verbalização necessária, especificamente, de conhecimentos declarativos a respeito dos nomes das figuras e seus atributos definidores, entretanto, parece que as crianças não tinham conhecimentos declarativos suficientes para responder verbalmente às questões.

É interessante notar que, durante o teste, parecia que alguns participantes buscavam novas formas de diferenciar as figuras, uma vez que, em alguns dos seus argumentos, conta o número de lados das figuras enquanto desenha, ou ainda passa a compará-los com outros objetos existentes a fim de responder aos questionamentos do pesquisador.

Quando os alunos apontam que um retângulo é “mais largo” que outro ou que ele só possui linhas retas enquanto o triângulo possui linhas inclinadas ou ainda que determinada figura tem mais lados do que outra, percebe-se que os sujeitos passam a argumentar sobre essas diferenças por meio de conhecimentos declarativos desenvolvidos por eles mesmos ao comparar as figuras.

Assim como Proença (2008) verificou com os estudantes do Ensino Médio, os alunos dos anos iniciais também possuem poucos conhecimentos declarativos a respeito das figuras planas, o que, por sua vez, acaba por acarretar o desenvolvimento precário do conceito das figuras geométricas. Isso pode ser percebido entre os alunos de todos os anos, o que sugere que, possivelmente, esses estudantes não tiveram acesso a atividades em que fossem desafiados a desenvolver conhecimentos declarativos sobre as figuras geométricas apresentadas nos exercícios. Vale lembrar que nesse nível de escolaridade os alunos, por meio da visualização, deveriam “contar” aquilo que estão vendo na figura (conhecimento declarativo de atributos definidores) e porque uma figura é diferente da outra.

É importante salientar que não foi objetivo da atividade verificar se os alunos dominavam todos os conhecimentos declarativos a respeito dos atributos definidores que seriam responsáveis pela diferenciação das figuras, mas sim estudar sua argumentação durante processo de estruturação do pensamento quando tentam apontar as diferenças entre elas e, desta forma, estudar o nível de desenvolvimento conceitual das crianças por meio da averiguação de seus conhecimentos declarativos. É importante destacar que foram respeitados os vocabulários das crianças, uma vez que elas não desenvolveram, totalmente, o vocabulário geométrico.

5. CONSIDERAÇÕES

Quanto à questão: “Quais as principais características dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental quanto ao desenvolvimento conceitual de figuras planas e a utilização dos conhecimentos declarativos na resolução de problemas envolvendo geometria plana?”, a análise dos protocolos mostrou que o nível de desenvolvimento conceitual dos indivíduos não tem relação com o ano escolar dos sujeitos, desta forma encontramos estudantes mais novos com níveis de desenvolvimento conceituais mais avançados a respeito de figuras planas do que alunos mais velhos. Este fato está de acordo com Pirola (1995), que mostrou que o ano em que o aluno está não é um indicativo adequado para afirmar que os alunos de anos mais adiantados têm os conceitos melhores formados do que aqueles que estão em anos inferiores.

Por meio das entrevistas, nas quais os sujeitos podiam expor seus argumentos a respeito das figuras planas, os participantes apresentaram indícios de desenvolvimento conceitual dos níveis concreto e de identidade.

Com relação às dificuldades apresentadas pelos participantes, com base no desempenho e nas argumentações dos estudantes quanto aos problemas resolvidos, percebeuse que:

- Pelo fato de se encontrarem no nível mais básico com relação ao desenvolvimento conceitual de figuras geométricas (nível concreto), algumas crianças tiveram dificuldades em reconhecer figuras quando rotacionadas, pois se valeram de um modelo de quadrado e não às características que definem um quadrado.

- Os participantes tiveram dificuldades em reconhecer figuras da mesma classe, como diferentes tipos de triângulos, pois, novamente ficaram reféns de uma única representação desse objeto – o triângulo equilátero. Nesse caso, não se observou indícios do nível classificatório para o conceito de triângulo;
- Houve confusão entre as nomenclaturas das figuras planas e dos sólidos geométricos. Os estudantes associavam frequentemente a figura do paralelepípedo ao retângulo, do cilindro ao círculo, da pirâmide ao triângulo e, principalmente, do cubo ao quadrado. Para as crianças mais novas, do primeiro segundo ano, esse é um erro frequente, entretanto, isso foi observado em todos os anos;
- As crianças possuem pouco vocabulário de geometria, apresentando dificuldades em expressar suas ideias. Como alternativa, utilizavam a própria linguagem para tentar explicar os atributos definidores de figuras planas e dos sólidos geométricos. Com relação aos dois primeiros anos do Ensino fundamental, isso é comum, uma vez que tal vocabulário geométrico está se desenvolvendo.

Muitas crianças procuravam definir as figuras planas como objetos do mundo externo. Estas respostas podem ter sido influenciadas pela forma com que os estudantes aprenderam os sólidos, pois é de costume que se associe o estudo de geometria nos anos iniciais com representações físicas das figuras e formas geométricas.

É necessário trazer ao estudante aproximações entre a geometria e o mundo físico, mas é preciso ser cauteloso quanto às associações feitas. Uma caixa não pode ser chamada de quadrado, mas pode se aproximar à figura de cubo, ou um armário não pode ser chamado de retângulo, pois aparenta ser um paralelepípedo.

A linguagem tem relevância nesse contexto, uma vez que auxilia o estudante a organizar seu raciocínio e, além disso, essas informações serão responsáveis pela aquisição e aprimoramento dos conhecimentos em geometria.

É importante salientar que não estamos afirmando a necessidade das crianças dominarem todos os conceitos geométricos formalmente já nos anos iniciais. O desenvolvimento conceitual é gradativo e passa por etapas, das mais simples em que o sujeito constrói as primeiras ideias sobre geometria, até que alcance a formalização dos conceitos.

Esse início se dá sem uma formalização que poderia ser demasiada exagerada para os anos iniciais. O aluno não precisa ter uma definição formal dos elementos geométricos, mas sim conhecimentos que vão auxiliar nessa formalização.

É necessário levar os estudantes a compreender os conceitos a partir de informações adquiridas e descobertas durante as aulas de geometria. Cada conceito é uma informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas, sendo assim, cada conceito é definido a partir de seus atributos definidores e são essas propriedades que são ensinadas nas aulas de geometria e que ajudam o aluno a diferenciar e relacionar os conceitos.

Os resultados dessa pesquisa podem auxiliar o professor no seu trabalho com geometria e resolução de problemas, desde o planejamento de suas aulas até a avaliação das aprendizagens. Por meio da resolução de problemas em geometria, o professor pode desenvolver um trabalho em que os alunos possam perceber as principais propriedades das figuras geométricas, dando as condições de entender quais são os atributos definidores de cada figura geométrica, o que levará a o aluno a construir gradualmente conceitos geométricos e avançando nos níveis cognitivos de formação conceitual.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, John Robert. **The architecture of cognition**. Cambridge, MA: Harvard: University Press, 1983, 314p.
- BRASILIA, Secretaria do Estado de Educação. **Currículo em Movimento para Educação Básica - Ensino Fundamental Anos Iniciais**. Brasília, 2008, 144p.
- BRITO, Márcia Regina Ferreira. Alguns aspectos teóricos e conceituais na solução de problemas matemáticos. In: BRITO, Márcia. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2010. p. 15-53.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

- NASCIMENTO, Andreia Aparecida da Silva Brito. **Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em matemática em resolução de problemas geométricos**. 2008. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência na área de Ensino de Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2008.
- ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas**. In: BICUDO, M.A.V (org). *Perspectiva em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo, EDUNESP, 1999.
- KLAUSMEIER, Herbert; GOODWIN, Willian. **Manual de Psicologia Educacional: Aprendizagem e capacidades humanas**. São Paulo: Harper & Row, 1977.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA C. B. (Org.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2005.
- PIROLA, N. A. **Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulos e paralelogramos em alunos de primeiro grau**. 1995. Dissertação (Mestrado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.
- _____, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, 196p.
- PROENÇA, Marcelo Carlos. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências) – Faculdade de Ciências - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2008.
- REZI, Viviani. **Solução de problemas e tipos de mente matemática: relações com as atitudes e crenças de auto-eficácia**. 2007. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.
- SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ciclo I**, 2008, 32p.
- SÃO PAULO, Secretaria Municipal de Educação. **Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental: ciclo I**. 2007, 208p.
- TORTORA, Evandro. O desenvolvimento de habilidades geométricas na Educação Infantil. In: *Anais do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática, CoimbraPortugal*, 2012.
- VIANA, Odalea Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito**. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- VIANA, Odalea Aparecida. **O componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria**. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- WU, Der-bang, MA, Hsiu-lan. **A study of the geometric concepts of elementary school students at van hiele level one**. In: CHICK, Hellen L.; VINCENT, Jill L.. *Proceedings 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*. Melbourne-Austrália, 2005. p. 329-336.

LIGAÇÃO ALTERNATIVE

<https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/5320> (pdf)