

Aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración en el nivel secundario

LEARNING OF THE CONCEPTS OF DIFFERENTIATION AND INTEGRATION AT THE SECONDARY LEVEL

Moya González, Darconelys; Rojas, Rogel; Wilmer, Arzolay; Armando, García

 **Darconelys Moya González**
darconelysmoya21@gmail.com
Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña (República Dominicana), República Dominicana

 **Rogel Rojas**
rogel.rojas@isfodosu.edu.do
Universidad de La Laguna-España, República Dominicana

 **Arzolay Wilmer**
wilmer.arzolay@isfodosu.edu.do
Universidad de Oriente, Venezuela

 **García Armando**
Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana

REVISTA EDUCARE
Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Venezuela
ISSN: 1316-6212
ISSN-e: 2244-7296
Periodicidad: Cuatrimestral
vol. 25, núm. 1, 2021
revistaeducareupelib@gmail.com

Recepción: 10 Enero 2021
Aprobación: 29 Marzo 2021

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/375/3752262003/index.html>



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 3.0 Internacional.

Resumen: Este trabajo tuvo como propósito analizar el proceso de aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración en el nivel secundario, abordándose un diseño descriptivo con enfoque cuantitativo y como técnica de recolección de información dos cuestionarios aplicados a 51 estudiantes y cuatro docentes del curso de matemática en el nivel secundario de una institución pública de la República Dominicana. Se muestra la existencia de algunos aspectos que dificultan el aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración, tales como el poco tiempo empleado tanto por los docentes en la preparación del contenido como por los estudiantes para su asimilación. También se evidencia, desde la óptica de los docentes, escaso o ningún interés por parte de los estudiantes hacia los contenidos de cálculo y estos no muestran una actitud positiva para empoderarse de técnicas que les ayuden a resolver problemas de forma autónoma.

Palabras clave: aprendizaje, enseñanza, matemática, diferenciación e integración.

Abstract: The purpose of this work was to analyze the learning process of the concepts of differentiation and integration at the secondary level, addressing a descriptive design with a quantitative approach and as an information gathering technique, two questionnaires applied to 51 students and four teachers of the mathematics course at the secondary level of a public institution in the Dominican Republic. The existence of some aspects that hinder the learning of the concepts of differentiation and integration is shown, such as the little time spent both by teachers in the preparation of the content and by students for its assimilation. It is also evident, from the teachers' point of view, little or no interest on the part of the students towards the content of calculus and they do not show a positive attitude to empower themselves with techniques that help them to solve problems independently.

Keywords: learning, teaching, math, differentiation and integration.

INTRODUCCIÓN

El proceso de aprendizaje de las matemáticas en el nivel secundario es uno de los temas más investigados en educación, no solo en el ámbito nacional sino también internacional. Dentro de los temas críticos se puede mencionar el cálculo diferencial e integral, por ser una de las disciplinas matemáticas emblemáticas en el sentido de su aprendizaje, por lo que se hace necesario que el docente junto a sus estudiantes construyan a partir de las ideas, los conceptos y conocimientos para desenvolverse en un mundo matematizado, y en consecuencia, concebir el aprendizaje de esta disciplina como un acto educativo flexible, el cual por un lado, exige de los alumnos el poner en práctica su creatividad para que desarrollen autonomía en sus aprendizajes y de los docentes, la implementación de nuevas prácticas pedagógicas que garanticen el éxito de esta exigencia.

El transcurso del aprendizaje de las matemáticas en las instituciones educativas, especialmente en el nivel secundario, se ha convertido en los últimos años en una tarea ampliamente compleja en los sistemas educativos tanto públicos como privados, ya que el docente de esta área se encuentra frente a diversas exigencias didácticas cambiantes e innovadoras, siendo uno de los contenidos más complejos en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel secundario, la temática relativa a los conceptos de diferenciación e integración.

Después de la geometría euclidiana, el cálculo diferencial constituye uno de los mayores avances de las matemáticas, el cual nace en el marco de la revolución científica entre los siglos XVII y XVIII. Posteriormente, en el siglo XIX la matemática se apoya en el álgebra y en la geometría para formalizar sus afirmaciones, como se refleja en el propio cálculo. Como una herramienta de las matemáticas, este se ha estado utilizando por más de tres siglos, y desde sus inicios ha representado un verdadero reto para los docentes, pues enfrentan múltiples dificultades para que los alumnos dominen los conceptos de esta disciplina, y aunque las razones podrían ser diversas, sin duda, se pueden destacar en el proceso de aprendizaje, véase a Acosta (2019) y Muela (2020).

El cálculo comprende dos ramas fundamentales, a saber, el Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral, ambas ligadas por el Teorema Fundamental del Cálculo. Tales conceptos obedecen a procesos de límites diferentes, aplicados a una función real de variable real definida sobre un intervalo del conjunto de los números reales, Especialmente importante son los conceptos de continuidad y diferenciación de una función, los cuales se caracterizan en términos de la noción de límite. También, como se sabe y enseña en la Matemática moderna, bajo argumentos similares la noción de integral definida en el sentido de Riemann involucra el concepto de límite.

En consecuencia, es interesante analizar y comprender, cómo a nivel de secundaria se desarrollan los contenidos relativos a los conceptos de diferenciación e integración, los cuales, como se advierte, obedecen a procesos de límites distintos, pero que convergen en virtud del Teorema Fundamental del Cálculo; así mismo, es importante explorar el desempeño de docentes y estudiantes durante el proceso de aprendizaje de la derivada y la integral como una herramienta analítica y geométrica. En este orden de ideas, Gutiérrez et al. (2017, p. 139) aseguran que:

También es evidente en el reporte porcentual un poco alto de estudiantes que muestran bajo rendimiento académico en la universidad porque no cumplen las competencias mínimas requeridas en matemáticas (escasa relación de los conceptos previos con la introducción al cálculo), lo cual constituye un obstáculo para el aprendizaje del cálculo y otras áreas de las matemáticas. Además, se suma a esto las metodologías o estrategias didácticas empleadas por los docentes en el aula de clase, las cuales pueden convertirse en experiencias positivas o negativas para los estudiantes.

En República Dominicana se ha evidenciado reiteradamente, un bajo rendimiento en el área de Matemática, ocupando uno de los lugares más bajos en evaluaciones como las Pruebas Nacionales y el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA por sus siglas en inglés), según un informe presentado por OECD (2018, p. 6). Por esta situación los docentes tienen un mayor compromiso para mejorar su práctica docente e incluir estrategias de enseñanza que permitan a los estudiantes empoderarse del proceso, siendo capaces de poder desarrollar competencias en el ámbito del saber y formar sus propios aprendizajes significativos.

En este sentido, el sistema educativo de la República Dominicana ha realizado diferentes revisiones curriculares, planteando que la enseñanza de la matemática debe promover la exploración y comprensión del mundo, utilizándose como una herramienta para la solución de problemas y no como una actividad mecánica, repetitiva y sin sentido. En este orden, cabe destacar, que a pesar de los esfuerzos del sistema educativo dominicano para que los estudiantes adquieran las competencias del área, se observa que los estudiantes egresados del nivel secundario no logran obtener un aprendizaje significativo con respecto a los conceptos de diferenciación e integración.

Según el MINERD, el Diseño Curricular del Nivel Secundario (2016, p. 17), establece que: “La sociedad dominicana demanda ciudadanas y ciudadanos bien formados/as, altamente competentes, con cualidades humanas y éticas, empatía, creatividad y talento para plantear soluciones efectivas, ante diversidad de situaciones, experiencias y problemáticas, lo que supone importantes desafíos”. Una de las formas de constatar si dichos alumnos serán los ciudadanos que demanda la sociedad es, precisamente, permitiéndoles que se enfrenten a resolver problemas y a demostrar lo que han aprendido.

Con tal finalidad este trabajo se inscribe como una investigación no experimental, de diseño cuantitativo y de alcance descriptivo transeccional, cuyo objetivo general fue el de analizar la metodología pedagógica en la mediación de los conceptos de diferenciación e integración en el nivel secundario para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes de dicho nivel. En tal sentido, cabe destacar las afirmaciones de Hernández y Mendoza (2018, p.55), quienes consideran que: “una investigación descriptiva tiene como finalidad especificar propiedades y características de conceptos, fenómenos, variables o hechos en un contexto determinado”.

ARGUMENTACIÓN TEÓRICA

En los últimos años se han estado realizando investigaciones relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo en toda América Latina, planteándose diferentes reformas con el propósito de mejorar las competencias matemáticas en esta disciplina. En tal sentido, la formación de ciudadanos capaces de desarrollar competencias útiles para su desarrollo personal y profesional se ha convertido en un desafío a nivel mundial, y en el caso de los conceptos de diferenciación e integración se requiere de elementos didácticos y tecnológicos que permitan adquirir un aprendizaje significativo. Véase García (2013).

Es importante destacar que el estudio del cálculo se basa en la exploración de nociones matemáticas, centrándose así las metodologías tradicionales en la enseñanza de tales contenidos, fundamentalmente en aspectos algebraicos y algorítmicos, sin abordar los procesos rigurosos de demostración matemática, lo que implica que no se llegue a alcanzar el desarrollo de las competencias necesarias para impartir esta disciplina en el nivel secundario. Por lo tanto, es de vital importancia indagar qué es lo que sucede en el aprendizaje del cálculo en el nivel secundario, ya que el concepto de límite se puede considerar como la piedra angular del cálculo diferencial e integral, porque de él se desglosan las derivadas, integrales y la rigurosidad en las demostraciones más importantes de ésta área de la matemática.

Desarrollo histórico de la derivada

El concepto de derivada usado hoy ha transitado por un largo camino; comenzó en la Grecia clásica (con problemas relacionados a la determinación y/o cálculo de tangentes y áreas), hasta que se definió en los términos épsilon-delta en el siglo XIX. No fue hasta Newton y Leibniz que se consideró realmente el comienzo del cálculo, ya que ambos, independientemente uno del otro, fueron en gran parte los responsables del desarrollo de las ideas básicas del Cálculo integral hasta llegar a conseguir que problemas, en su tiempo irresolubles, pudieran serlo por los nuevos métodos y de forma casi rutinaria.

Por otra parte, González (1992), citado por Gavilán (2012, p.12) refiere que “desde el principio los problemas de diferenciación se presentan no sólo a propósito de tangentes sino también de velocidades”. Además, los problemas relativos a tangentes y cuadraturas se venían abordando desde la antigüedad, sin embargo, existía una colección de métodos que no se centraban en los algoritmos generales para la resolución de dichos problemas, por lo tanto, disponer de métodos específicos para resolver aquellos constituyó una de las características del cálculo infinitesimal.

También, como predecesores de Newton y Leibniz se encuentra a Cavalieri, Descartes y Fermat. El primero de ellos, fue notorio por los “principios” que llevan su nombre, mientras que con los estudios de Fermat nace la idea central del cálculo diferencial, que es la noción de la derivada, la cual, como la integral, se originó con un problema de Geometría: el problema de encontrar la tangente en un punto de una curva; sin embargo, a diferencia de la integral, la derivada aparece muy tarde en la historia de las matemáticas.

Es a Newton y a Leibniz a quienes se les adosan los conceptos generales de derivada e integral; son ellos quienes interpretan a la diferenciación y a la integración como dos procesos operacionales inversos. Pero, además, como pioneros, proponen las notaciones y los procedimientos algorítmicos iniciales de la nascente disciplina, dándole una connotación rigurosa a esa herramienta matemática, convirtiéndole en un instrumento esencial para la ciencia. Así para una función $y = f(x)$, aún se usan las expresiones dy y dx , las cuales son referentes de la simbología original de Leibniz. Las mismas denotan los diferenciales usados actualmente, así como $\frac{dy}{dx}$, invoca el cociente incremental intrínseco del proceso de derivación.

En cuanto a Newton, su notación estaba asociada con el problema de calcular la velocidad de un objeto en movimiento. Particularmente, proponía ecuaciones del tipo $f(x, y) = 0$, ligadas a la cuestión de la física, en cuyos planteamientos yacía la idea de límite. Usaba con tales relaciones la idea de momentos infinitamente pequeños de tiempo. Stewart, (2012).

Otro de los matemáticos más importantes en el desarrollo del cálculo fue Euler, quien introduce el concepto de función, como "Cualquier expresión analítica formada, arbitrariamente, a partir de una cantidad variable y constantes", Mendoza (2015, p.80).

También es importante invocar los aportes de D' Alembert al desarrollo histórico de la derivada, quien define a tal objeto como un límite de cocientes incrementales, basándose en cantidades infinitamente pequeñas. Específicamente, define la derivada como $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, aunque no define de manera precisa el límite. Sin embargo, alrededor de 1800, Lagrange intenta darle un fundamento al cálculo introduciendo el coeficiente para la derivada al desarrollar en serie la expresión $f(x + h)$, asociada a una función f . Como tal desarrollo es válido para un gran número de funciones, se pretendía de esta manera dejar atrás el tedioso proceso del límite, dejando como alternativas a las series, que encontrarían en este punto un escenario perfecto para su aplicabilidad.

En este mismo orden, Cauchy en el siglo XIX, incorpora el coeficiente utilizado por Lagrange, y en su intento por dar rigor al análisis al exponer la definición de límite, plantea la definición puntual de la derivada.

Pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto

Un concepto importante en el desarrollo del cálculo en el nivel secundario es el de recta tangente, puesto que permite interpretar geométricamente la derivada de una función en un punto y ser la recta que mejor la aproxima localmente. En el desarrollo del significado recta tangente intervienen los conceptos de límite, derivada y curvatura de una función, así como los procesos de aproximación a una curva desde varios sistemas de representación (Robles, Del Castillo y Font, 2010). La relación entre estos conceptos durante el aprendizaje puede generar diferentes significados para la recta tangente a una curva en un punto, sin embargo, dichos significados coexisten en la mente de un matemático, pero resultan difíciles de comprender para los estudiantes.

Generalmente, en contexto del Cálculo Diferencial, las nociones de derivada y de tangencia deben ir asociadas, de manera que la definición de recta tangente en un punto de una curva será una consecuencia inmediata de la definición de derivada obtenida como el límite de un cociente incremental. Así, es de gran utilidad utilizar el límite de las pendientes de las rectas secantes para introducir a la recta tangente y a la derivada, es decir, comenzar por definir a la derivada en un punto como el límite del cociente incremental, para después darle a éste una interpretación geométrica; sin embargo, los libros de textos utilizados en el nivel secundario enfocan la contextualización de la recta tangente de una forma breve e intuitiva y no a partir de una extensa discusión que comience con una noción intuitiva y concluya con una definición formal en términos de la derivada.

Integral

El cálculo diferencial e integral data de finales del siglo XVII y es de reciente creación si consideramos los inicios de la humanidad, por lo que se observa que en poco más de tres siglos se ha afinado esta disciplina para obtener de él importantes aplicaciones, lo cual determina la calidad de su enseñanza.

Pérez (2014, p.212), expresa que:

Los orígenes del cálculo estuvieron motivados por el deseo de resolver problemas relacionados con el movimiento de los cuerpos, encontrar los puntos máximos y mínimos de funciones y hallar la recta tangente a una curva en un punto dado, por lo cual los conceptos de derivada e integral son la manera con la cual se pueden resolver satisfactoriamente dichas problemáticas, por tanto, se puede decir que las ideas iniciales que dieron origen al descubrimiento del cálculo fueron:

- Hallar la recta tangente a una curva en un punto dado.
- Hallar el área bajo una curva entre dos puntos dados.

En este mismo orden de ideas, la integral resulta ser un concepto fundamental dentro de las matemáticas avanzadas, especialmente en lo que respecta al análisis y al cálculo matemático, ya que de esta manera se designa a la suma de infinitos sumandos, infinitamente pequeños. En consecuencia, desde el un sentido operacional, la integración es la operación inversa con respecto al proceso de hallar la derivada.

Integral indefinida e integral Definida

Según Soler y Defez (2013, p.11), en su libro de introducción al cálculo integral establecen que: “la función $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ en el intervalo $]a, b[$ [de la recta real, si se verifica que: $F'(x) = f(x) \forall x \in]a, b[$ ”.

La integral definida debe pensarse y plantearse como uno de los conceptos fundamentales del Análisis Matemático, particularmente en lo concerniente a su interpretación geométrica, según la cual, la integral definida de una función continua y positiva definida en el intervalo cerrado $[a, b]$, es igual al área limitada entre la gráfica de el eje de abscisas y las rectas verticales $x = a$ y $x = b$. Esta integral se representa por: $\int_a^b f(x) dx$

Si la función es una primitiva de en el intervalo por la regla de Barrow se tiene que: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Proceso de Aprendizaje

En la actualidad, los conocimientos sobre el aprendizaje y los avances en los procedimientos didácticos han forzado al docente a utilizar métodos variados que tomen en cuenta la diversidad del alumnado, puesto que la sociedad ha delegado en la escuela la formación del futuro ciudadano a través del aprendizaje en valores, actitudes y conocimientos considerados esenciales para el perfeccionamiento de las competencias necesarias en diferentes etapas del desarrollo. Por ello, los aprendizajes escolares representan para los alumnos una fuente de desarrollo que a su vez promueven su inclusión como miembros de una sociedad y una cultura.

De acuerdo con Zabalza (2001, p.191), la enseñanza es: “La reconsideración constante de cuáles son los procesos y estrategias a través de los cuales los estudiantes llegan al aprendizaje”. El proceso de enseñanza tiene como objeto principal la formación integral del individuo a través de la transmisión de conocimientos especiales o generales, facilitando el aprendizaje por diferentes medios o técnicas como instrumento de representación o aproximación a la realidad en el contexto de la acción didáctica en el que se vayan a emplear; en este sentido, el nuevo diseño curricular dominicano recomienda que las estrategias de enseñanza estén centradas en el aprendizaje significativo que favorezca tanto a los estudiantes como a los docentes.

La matemática, desde siempre, ha sido un área crítica en todos los niveles de la educación, siendo al mismo tiempo la disciplina más aplicada y utilizada en los otros campos del saber. Tal como comentan Vergel, Duarte y Martínez (2015), citado por Jiménez, (2017, p. 2): “las matemáticas son consideradas la base de los procesos complejos del conocimiento, donde es necesario que las personas posean el pensamiento crítico, reflexivo y analítico; donde éstas desarrollan la capacidad para razonar, formular y solucionar problemas”

Estrategias metodológicas

Latone (2013) citado por Jiménez (2020, p. 116) establece que: “la estrategia es un procedimiento heurístico que permite tomar decisiones en condiciones específicas. Es una forma inteligente de resolver un problema”.

Una metodología de enseñanza efectiva es aquella en la que participan todos los actores del proceso de aprendizaje, donde se fomenta la creatividad, independencia, imaginación y la innovación de sus potencialidades tanto cognitivas como emocionales. Por ello, el rol del docente es básicamente de guía u orientador, siguiendo estrategias adecuadas e innovadoras que permitan un desarrollo autónomo del estudiante.

Por otra parte, las estrategias que se establecen en el diseño curricular dominicano (la resolución de problemas, estudios de caso, debates, proyectos), acentúan más la capacidad que tienen los estudiante para construir su aprendizaje, desarrollando el pensamiento productivo y ayudándoles a practicar técnicas de investigación, ofreciendo la posibilidad de trasladar lo aprendido a situaciones diversas como es el caso del aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración en el nivel secundario.

Estrategias de enseñanza y aprendizaje

Según el Diseño Curricular Dominicano (2017, p.44), las estrategias de enseñanza y de aprendizaje son secuencias de actividades y procesos, organizados y planificados sistemáticamente, para apoyar la construcción de conocimientos y el desarrollo de competencias. Posibilitan que el estudiantado enfrente distintas situaciones, aplique sus conocimientos, habilidades y actitudes en diversos contextos. Las estrategias son intervenciones pedagógicas realizadas en el ámbito escolar que potencian y mejoran los procesos y resultados del aprendizaje.

En la actualidad es el docente quien ordena y guía el proceso de aprendizaje a través de métodos, técnicas y estrategias. En este mismo orden, el docente cumple un rol fundamental en el desarrollo de las competencias, aplicando estrategias de enseñanza y aprendizaje con técnicas pedagógicas definidas por el currículo dominicano (MINERD, 2016, p. 51), a saber, recuperación de experiencias previas, de descubrimiento e indagación, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje basado en proyectos y técnicas de estudio de casos, entre otras.

Estas estrategias deben ser guiadas por el personal docente, considerando el nivel de desarrollo de cada grupo o grado y el estilo de aprendizaje de cada estudiante, pudiendo recurrir además a los medios disponibles a su alcance, como las tecnologías de la información y la comunicación (TIC).

Dificultades en el proceso de aprendizaje del cálculo

La enseñanza de la matemática se ha venido realizando a través de diversos métodos y con la ayuda de muchos medios tecnológicos con sus respectivas funciones, aunque el más usado es el de la lengua natural, puesto que el mundo se encuentra en presencia de una sociedad tecnológica, los diferentes software se han convertido en un medio artificial relevante para el tratamiento de diferentes temas matemáticos que van desde juegos y actividades para la educación matemática elemental, hasta conceptos y teoremas matemáticos de mayor complejidad, sobre todo en el campo de las aplicaciones, estos medios tecnológicos se convierten en una herramienta clave que ayuda a los docentes para un buen desempeño en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La enseñanza se caracteriza por ser un proceso activo, el cual requiere no solo del dominio de la disciplina, sino del dominio adecuado de un conjunto de habilidades y destrezas necesarias para un buen desempeño de la labor docente. Sin embargo, las causas que influyen en el aprendizaje del cálculo pueden ser variadas, pues en el proceso de aprendizaje intervienen diversos factores desde los genéticos hasta los sociales.

El proceso de aprendizaje del cálculo diferencial e integral debe facilitar la apropiación de conocimientos de esta rama de la Matemática (funciones, límites, continuidad, cálculo diferencial e integral de funciones de una y de varias variables), así como las habilidades asociadas a la aplicación de dichos conocimientos, determinados valores y la capacidad para realizar tareas de manera independiente, elevando los niveles de autoaprendizaje. Una enseñanza efectiva del Cálculo Diferencial e Integral debe partir de la determinación de los conocimientos previos de los estudiantes y de lo que estos necesitan aprender para impulsar su aprendizaje. Véase Iglesias et al. (2017).

En este orden de ideas, para los estudiantes el cálculo es diferente, para ellos no tiene que ver nada con la realidad y no lo visualizan como una herramienta útil para modelar situaciones del entorno, por lo cual el proceso de aprendizaje de esta disciplina no ocurre fácilmente y se demuestra a través de diferentes problemáticas, entre las que se pueden mencionar: el sentido común que los estudiantes tienen sobre los conceptos del cálculo, la planificación docente, el tiempo dedicado tanto por los estudiantes como por los docentes en el contexto de su actividad docente, los diferentes enfoques que los éstos empleen y el dominio de los contenidos.

Lo anterior no significa que se debe tener un conocimiento memorístico de cada uno de los temas y propósitos de cada grado, más bien implica un proceso mental más reflexivo, en donde el docente comprenda los contenidos y sea capaz de explicarlo, planteando actividades que fomenten la competencia del pensamiento creativo, crítico y lógico del alumno.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

La investigación se desarrolló en el año escolar 2019-2020, a la población conformada por los 174 estudiantes de las ocho secciones de sexto grado del Nivel Secundario de una institución pública dominicana, pues es donde se desarrolla el tema de diferenciación e integración en la asignatura Matemáticas. Para ello se determinó el tamaño de la muestra igual a 62, por medio del criterio de Fisher y Navarro (1997) con un nivel de confianza del 90%. Además, en este estudio se consideró las opiniones de cuatro docentes responsables de algunas de las ocho secciones de la asignatura Matemáticas consideradas en dicho estudio.

Es una investigación no experimental, de diseño cuantitativo y alcance descriptivo transeccional, lo cual se inscribe en el contexto de las afirmaciones de Hernández, & Mendoza (2018, p. 109): “este tipo de estudios tiene como finalidad conocer la relación o grado de asociación que exista entre dos o más conceptos, categorías o variables en un contexto en particular”.

Para la recolección de datos se utilizaron dos cuestionarios de elaboración propia, los cuales fueron aplicados a estudiantes y docentes, conformados de 12 y 14 ítems, con cuatro y cinco opciones de respuestas, respectivamente. En dichos instrumentos se les pregunta sobre las estrategias metodológicas, recursos utilizados y otros factores que inciden en el aprendizaje de diferenciación e integración con énfasis en el Teorema Fundamental del Cálculo.

Con respecto a estimar la validez de contenido se usó la opinión de siete expertos en el tema, según argumenta García (2018, p. 348): “Esta técnica constituye un indicador prioritario para calcular el índice de validez de contenido, requiriendo rigurosidad estadística y metodológica para que el instrumento valorado pueda ser utilizado para la finalidad para la cual fue diseñado”. Se aplicó la Prueba Binomial en cada una de las dimensiones: pertinencia, coherencia y claridad, alcanzándose los niveles de .001, .002 y .003 en el cuestionario aplicado a estudiantes y .001, .002 y .002 en el cuestionario aplicado a los docentes, los cuales en ambos casos son menores a .05, concluyéndose de acuerdo con este criterio que los instrumentos son válidos.

En cuanto a los coeficientes de confiabilidad de ambos instrumentos se utilizó el estadístico de tipo consistencia interna, que según Medina y Verdejo (2020, p. 278): “se enfoca en la cohesión de las respuestas a los ítems de un instrumento, que intenta medir o representar el mismo objetivo o contenido”. Fue aplicado un cuestionario a un grupo piloto de 12 estudiantes de segundo grado del Nivel Secundario con características similares al grupo de estudio y, otro cuestionario a dos docentes de la institución que han trabajado con el tema de diferenciación e integración.

Para tales propósitos, se usó la prueba Alfa de Cronbach. Con respecto a este índice, Rodríguez y Reguant (2020, p.6) aseguran: “Dado que es uno de los tipos de coeficiente de consistencia interna, el Alfa de Cronbach expresa esta consistencia interna a partir de la covariación entre los ítems del cuestionario o test”. Por lo tanto, Aplicando este indicador de fiabilidad, se obtuvo un índice de .845 en el cuestionario aplicado a estudiantes y .867 en el cuestionario aplicado a los docentes, los cuales son considerados niveles de fiabilidad buenos para esta prueba.

PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con la aplicación de los instrumentos para lograr los objetivos de este estudio. Con el primero, se persigue determinar la metodología de enseñanza utilizada por los docentes al exponer los procesos de diferenciación e integración en el nivel secundario, mientras que con el segundo se pretende analizar la metodología de aprendizaje utilizada por los estudiantes al momento de estudiar el tema de diferenciación e integración. En ambos casos se realizaron gráficos y tablas en los que se muestran los resultados obtenidos, tanto para el caso de los docentes como para el de los estudiantes.

En este sentido, se presentan además los resultados del tercer objetivo de esta investigación donde se identificarán los otros factores que influyen en la enseñanza y aprendizaje de la temática de diferenciación e integración en el nivel secundario.

En la Tabla No. 1, se observa que, de los cuatro docentes, uno asegura que las estrategias metodológicas planteadas en el currículo dominicano siempre son eficientes para emplearlas en el proceso de aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración, dos sostienen que casi siempre y un docente afirma que estas estrategias casi nunca son eficientes en este proceso, por lo tanto, los docentes tienen opiniones divididas sobre las estrategias planteadas en el currículo. Es decir, la mayoría de los docentes considera que las estrategias metodológicas planteadas en el currículo dominicano son eficientes para emplearlas en el proceso de aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración, mientras que una minoría piensa lo contrario.

En lo que respecta a una de las estrategias utilizada por el docente según lo dispuesto en el currículo dominicano, aquella está de acuerdo con lo expresado por Palomino (2017, p 1):

La enseñanza por resolución de problemas da importancia a los procesos del pensamiento del aprendizaje del alumno, considerando los contenidos matemáticos, esto se evidencia, cuando se activa su capacidad mental, aplica lo aprendido a otras actividades o problemas, mejora su proceso de aprender, genera ideas creativas e incrementa su confianza en sí mismo.

TABLA 1
Estrategias planteadas en el diseño curricular: Resolución de Problemas

Indicadores	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	25%
Casi siempre	2	50%
Ocasionalmente	0	0%
Casi nunca	1	25%
Nunca	0	0%
Total	4	100%

Autores, 2021

En la Tabla No. 2 se muestra que, de los 51 estudiantes, 24 de ellos dicen que siempre las estrategias metodológicas (por ejemplo, la resolución de problemas, véase tabla 1) que utiliza el docente para desarrollar el proceso de aprendizaje son adecuadas y los 27 restantes afirman que casi siempre las estrategias son adecuadas. Aquí se aprecia que la totalidad de los estudiantes se inclina por pensar que las estrategias metodológicas que usa el docente son adecuadas para conseguir el aprendizaje de los conocimientos impartidos. Esto concuerda con lo expresado arriba en el análisis de la tabla 1.

El estudiante se siente bien con esta estrategia, sin embargo, se puede afirmar que la escogencia de los problemas en la clase de matemática es fundamental para que se dé un aprendizaje significativo, lo cual está de acuerdo con lo dicho por Hitt (2017, p.11): “El profesor de matemáticas necesita de problemas bien estructurados que le permitan promover en su clase un aprendizaje significativo”

TABLA 2
Estrategias utilizadas por el docente: Resolución de Problemas

Indicadores	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	24	47.1%
Casi siempre	27	52.9%
Casi nunca	0	0%
Nunca	0	0%
Total	51	100%

Autores, 2021

La Tabla No. 3 muestra que, de los cuatro docentes utilizados como parte de la muestra, uno dice que siempre considera que el tiempo que emplea en la preparación de los contenidos de cálculo es suficiente para lograr un aprendizaje significativo en sus estudiantes, mientras que un docente afirma que ocasionalmente y los otros dos restantes consideran que casi nunca el tiempo que emplean es suficiente. Nótese que los docentes, en igual proporción, piensan que el tiempo es suficiente para planificar su ejercicio docente y que es insuficiente para tal fin. La gran mayoría de los profesores piensan que el tiempo es insuficiente para aplicar una estrategia metodológica en clase nueva, porque no tendrían tiempo para preparar los materiales a utilizar e incluirlos en su curso, véase Abril, Ariza, Quesada y García (2014). También ellos afirman sobre los profesores de matemáticas lo siguiente: “El docente tiende a la economía temporal, proporcionando los medios adecuados para que el estudiante deduzca la respuesta (o incluso proporcionarla)”, véase Abril, Ariza, Quesada y García (2014). Quizás esa economía de la cual hablan los autores puede justificar las respuestas dadas por los docentes.

TABLA 3
Planificación

Indicadores	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	1	25%
Casi siempre	0	0%
Ocasionalmente	1	25%
Casi nunca	2	50%
Nunca	0	0%
Total	4	100%

En la Tabla No. 4 se observa que, de los 51 estudiantes, 13 de ellos dicen que siempre o casi siempre se sienten motivados por su docente al desarrollar procesos de cálculo, mientras que los 38 restantes afirman que ocasionalmente, casi nunca o nunca sienten algún tipo de motivación, es decir, la mayoría de los estudiantes piensan que no sienten motivación por parte del docente al desarrollar los contenidos de cálculo. Esto puede ser debido a la falta de la motivación intrínseca, según lo afirmado por Ferreyra (2017, p.11): “para que el estudiante desarrolle su motivación intrínseca requiere de espacios y condiciones que brinden apoyo a la autonomía, fomenten sus habilidades y sentido de competencias y promuevan relaciones cálidas de confianza con el docente y entre estudiantes”.

TABLA 4
Motivación del Docente hacia el Estudiante

Indicadores	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	10	27.5%
Casi siempre	3	43.1%
Ocasionalmente	2	3.9%
Casi nunca	14	19.6%
Nunca	22	5.9%
Total	51	100%

Autores, 2021

CONSIDERACIONES FINALES

A partir del diseño metodológico empleado en esta investigación, los resultados que se han obtenido en el estudio permiten llegar a las siguientes conclusiones:

En lo que se refiere a las estrategias metodológicas utilizadas en la implementación del proceso de aprendizaje de los conceptos de cálculo diferencial e integral en el nivel secundario, los docentes en su mayoría, consideran que las planteadas en el diseño curricular dominicano son adecuadas para desarrollar el proceso; así mismo, la totalidad de los estudiantes afirman, que las utilizadas por el docente en el proceso de aprendizaje del cálculo diferencial e integral son adecuadas.

Los docentes consideran que el tiempo empleado en la planificación, no es suficiente para desarrollar un proceso de calidad que permita lograr aprendizajes significativos en sus estudiantes; sin embargo, una gran parte de los estudiantes sostienen que no sienten motivación para adquirir nuevos conocimientos en esta disciplina.

En cuanto a los otros factores que intervienen en el proceso de aprendizaje de los conceptos de cálculo, se evidencia, desde la óptica de los docentes, poco o ningún interés por parte de los estudiantes hacia los

contenidos de cálculo. También, según los docentes, los estudiantes no muestran una actitud positiva para empoderarse de técnicas que les ayuden a resolver ejercicios de forma autónoma.

Estos resultados cuantitativos permitieron determinar que el buen uso de estrategias en la aplicación del proceso de aprendizaje de los conceptos de diferenciación e integración, desarrollan habilidades que beneficiarían el logro de un aprendizaje significativo en los estudiantes que egresan del nivel secundario.

RECOMENDACIONES

Las consideraciones finales derivadas de esta investigación, sugieren las siguientes recomendaciones relacionadas con sus objetivos de esta:

Los docentes del área deben asumir de manera positiva las estrategias metodológicas establecidas en el diseño curricular dominicano para alcanzar un buen rendimiento académico en los alumnos, y al mismo tiempo, aplicar a capacitaciones permanentes y progresivas con la finalidad de adaptar formatos innovadores que coadyuven en el alcance de las competencias establecidas en el mencionado currículo. Tales actualizaciones han de lograrse mediante la capacitación a través de talleres, diplomados, maestrías y doctorados, entre otros.

Es pertinente que los docentes pretendan alcanzar niveles filosóficos en cuanto a la interpretación de las matemáticas como disciplina abstracta y de amplia aplicación, con lo cual podrán, no sólo mejorar la calidad de sus prácticas pedagógicas, sino también propiciar nuevos métodos y técnicas relacionadas para el aprendizaje del cálculo diferencial e integral.

Los estudiantes deben centrar más su interés en el proceso de aprendizaje para mejorar y desarrollar las competencias en el área de matemática acorde a su nivel y asumir con responsabilidad el compromiso de su propia formación, empoderándose de estrategias diversas para apoyar su proceso de aprendizaje de los conceptos del cálculo.

Es fundamental que los docentes revisen, apoyados en la gestión educativa y/o de acompañamiento docente, la proporción docentes/estudiantes en el centro educativo donde laboran, debido a que este aspecto podría estar privando en el logro de sus objetivos. En efecto, como se ha observado, el número de estudiantes en relación al de docentes en el centro educativo analizado es abismal. Por lo tanto, se sugiere un estudio que determine si ello incide en el rendimiento tanto de los docentes como de los estudiantes en el sentido de los roles que cada categoría ejerce.

Asimismo, para investigaciones futuras se exhorta a ampliar la población y la muestra objeto de estudio para así contrastar los resultados con los aquí presentados, y a la vez agregarle al estudio otras variables que enriquezcan la investigación.

REFERENCIAS

- Abril, A., Ariza, M., Quesada, A. y García, F. (2014). Creencias del profesorado en ejercicio y en formación sobre el aprendizaje por investigación. *Revista eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las ciencias*. ISSN: 1697-011X, 11(1). pp. 22-33. URI: <http://hdl.handle.net/10498/15710>
- Acosta, I. (2019). Estrategias metodológicas heurísticas para la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil, Universidad Nacional San Martín, 2017. (Tesis de maestría). Universidad: Nacional "Pedro Ruiz Gallo", Lambayeque, Perú. Recuperado de: <https://n9.cl/3qmkw>
- Ferreira, A (2017). Motivación académica: su relación con el estilo motivacional del docente y el compromiso del estudiante hacia el aprendizaje. Pontificia Universidad Católica del Perú. Tesis de magister en Psicología con mención en Cognición, Aprendizaje y Desarrollo. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12404/9118>

- Fisher, L. y Navarro A. (1997) "Introducción a la Investigación de Mercados", 3ra Edición. México: Editorial McGraw Hill Interamericana Editores S.A. de C.V.
- García, J. (2013). La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería. *Educación*, ISSN: 0379-7082, 37(1), pp. 29-42. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/440/44028564002.pdf>
- García, R. (2018). Diseño y construcción de un instrumento de evaluación de la competencia matemática: aplicabilidad práctica de un juicio de expertos. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 26(99), 347-372. Doi: <https://doi.org/10.1590/s0104-40362018002601263>
- Gavilán, J. (2010). El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva. España: edición digital A tres S.S.L. ISBN: 978-84-693-1354-1.
- Gutiérrez, L., Buitrago, M. y Ariza, L. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20). pp. 137-153. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/4762/476255362008.pdf>
- Hernández, R. y Mendoza, C. (2018). Metodología de la Investigación. La ruta cuantitativa, cualitativa y mixta. México: McGraw-Hill. ISBN: 978-1-4562-6096-5.
- Hitt, F (2017). El aprendizaje del cálculo y nuevas tendencias en su enseñanza en el aula de matemáticas. *Encuentro Internacional en Educación matemática*. ISSN 2539-1885. La educación Matemática como Herramienta en el Desempeño profesional Docente. Cúcuta, Colombia. 8(s1), pp.6-15. Recuperado de: <https://n9.cl/gsfqh>
- Iglesias, N., Alonso, I. y Gorina, A. (2017). El Cálculo Diferencial e Integral en las carreras de ciencias técnicas. Especificidades de su enseñanza. *Revista electrónica para maestros y profesores, Maestro y Sociedad*. ISSN 1815-4867, 14(4), pp. 660-670. Recuperado de: <https://n9.cl/afkls>
- Jiménez, J. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*. ISSN 2448 -6493, 4(7). 1-17.
- Jiménez, G. (2020). Estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza de las funciones polinómicas en el área de las Matemáticas. *Educación Superior*, 0(29), pp. 109-125. Recuperado de: <https://n9.cl/rnyar>
- Medina, M. y Verdejo, A. (2020). Validez y confiabilidad en la evaluación del aprendizaje mediante las metodologías activas. *ALTERIDAD. Revista de Educación*, 15(2), 270-284. Doi: <https://doi.org/10.17163/alt.v15n2.2020.10>
- Mendoza, J. (2015). De la ecuación a la función: las primeras huellas del análisis. *Revista Ejes*, 3, pp. 79-85. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/9804/>
- MINERD (2016). Bases de la revisión y actualización curricular, Currículo Dominicano. Recuperado de: <https://n9.cl/0ujne>
- MINERD (2017). Diseño Curricular Nivel Secundario, Segundo ciclo (4to, 5to y 6to). Componente Académico, Modalidad Tecnico-Profesional y Modalidad en Arte. Versión Preliminar Para la Revisión y Retroalimentación Recuperado de: <https://n9.cl/egct6>
- MINERD (2016). Diseño Curricular Nivel Secundario, Segundo ciclo (4to, 5to y 6to). Versión Preliminar Para la Revisión y Retroalimentación Recuperado de: <https://n9.cl/ihtuz>
- Muela, J (2020). El uso de Geogebra en la enseñanza-aprendizaje de la concepción dinámica del concepto de Límite: una propuesta didáctica para estudiantes de Bachillerato General Unificado (BGU) (Tesis de Licenciatura). Universidad Central del Ecuador, Quito, Ecuador. Recuperado de: <https://n9.cl/3wvht>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD). (2018). PISA 2018, Insights and Interpretations. Recuperado de: <https://n9.cl/yaa2>
- Palomino, E. (2016). La aplicación de las fases de resolución de problemas de George Polya en el marco de las rutas de aprendizaje en los estudiantes del II y III ciclo de I.E. N° 131 "Monitor Huáscar". Pontificia Universidad Católica del Perú. Tesis de Especialidad. Recuperado de: <https://n9.cl/ssoqu>
- Pérez, F (2014). Cálculo diferencial e integral de funciones de una variable. Universidad de Granada. Recuperado de: <https://n9.cl/q9d2>

- Robles, M., Del Castillo, A. y Font, V. (2010). La función derivada a partir de una visualización de la linealidad local. En Moreno, M., Estrada, A., Carrillo, J. y Sierra, T. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV*, pp. 523-532. Lleida: SEIEM. Recuperado de: <https://n9.cl/4j04o>
- Rodríguez, J. y Reguant, M. (2020). Calcular la fiabilidad de un cuestionario o escala mediante el SPSS: el coeficiente alfa de Cronbach. *REIRE Revista de Innovación e Investigación en Educación*, 13 (2), 1-13. Doi: <https://doi.org/10.1344/reire2020.13.230048>
- Soler, V. y Defez, E. (2013). *Introducción al Cálculo Integral*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica. ISBN:978-84-9048-018-2. Recuperado de: <https://n9.cl/qkpi>
- Stewart, I. (2012). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. España: Editorial Crítica. Recuperado de: <https://n9.cl/excl>
- Zabalza, M. (2001). Formación del profesorado universitario. Aportación al simposio "Evaluación e innovación en la Universidad". Congreso Nacional de Modelos de Investigación Educativa (10º. 2001. La Coruña). *Revista Investigación educativa, RIE*, 19(2). Pp. 659-662. ISSN: 0212-4068. Recuperado de: <https://www.um.es/web/biblioteca/>